

A Limit to Predict Maximum Energy Product (BH_{max}) from the Magnetization Hysteresis Loop

Namkyu Kim, Hee-Sung Han, and Ki-Suk Lee*

School of Materials Science and Engineering, Ulsan National Institute of Science and Technology (UNIST),
Ulsan 44919, Korea

(Received 8 August 2018, Received in final form 11 October 2018, Accepted 15 October 2018)

Energy product of magnets, especially permanent magnets, is often used without a clear understanding of its definition, even though it is a basic concept that is widely known to relevant industry workers and researchers. In this article, we introduce the definition of energy product from the energy stored in the field outside the magnet as well as the correct method to predict its maximum value (BH_{max}) from a magnetization hysteresis loop.

Keywords : BH_{max} energy product

자기이력 곡선으로부터 최대 에너지적(BH_{max}) 예측하기

김남규 · 한희성 · 이기석*

울산과학기술원 신소재공학부, 울산시 유니스트길 50, 44919

(2018년 8월 8일 받음, 2018년 10월 11일 최종수정본 받음, 2018년 10월 15일 게재확정)

자석, 특히 영구자석의 에너지적은 관련 산업체 종사자나 연구자들에게 널리 알려진 기초적인 개념임에도 불구하고 정의에 대한 정확한 이해가 없이 사용되는 경우를 종종 볼 수 있다. 본 논문에서는 영구자석의 자기에너지에 대한 정확한 정의와, 이를 바탕으로 측정된 자기이력곡선으로부터 올바르게 최대에너지적을 예측하는 방법을 고찰한다.

주제어 : BH_{max} 자기이력곡선

최근 전기자동차나 풍력 발전 등 영구자석의 자기에너지를 이용한 장치에 대한 수요가 늘면서 일본을 비롯하여 미국, 중국, 독일 등 선진국을 중심으로 고효율, 저비용의 새로운 영구자석을 개발하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다[1-3]. 국내에서도 재료연구소를 중심으로 몇몇 대학과 연구기관에서 연구가 진행되고 있지만, 지난 십여 년간 자성분야의 관심이 나노스케일의 스핀트로닉스에 편중되어 있어 국내의 자성 연구자들조차도 영구자석은 다소 생경한 연구분야로 받아들여지고 있다. 본 논문에서는 자성체의 자기이력곡선에 대한 기초적인 정의와 자성체가 만들어내는 자성 에너지의 계산을 통해 자성체 성능지표인 에너지적의 정확한 정의를 알아보고 자기이력곡선으로부터 에너지적을 예측하는 원리와 그에 따른

한계점들을 짚어 보고자 한다.

I. 자기이력곡선

일반적으로 강자성체(ferromagnetic material)의 자발자화(spontaneous magnetization)는 인가하는 자기장(magnetic field)의 방향에 따라서 다른 히스테리시스(hysteresis) 특성을 보이게 되는데 이것은 Fig. 1(a)에 나타난 자기이력곡선(magnetization hysteresis loop)으로 측정된다. 자기이력곡선은 Fig. 1(b)[4]와 같이 자성과 관련된 여러가지 물리량, 자기 모멘트(magnetic moment, M)와 자기전속밀도(magnetic flux density, B -field, 이하 B 자기장) 혹은 자기장세기(magnetic field strength, H -field, 이하 H 자기장)로 나타낼 수 있으며 다음에 소개할 이들의 관계로부터 자기이력곡선을 여러 물리량으로 전환할 수 있다[5].

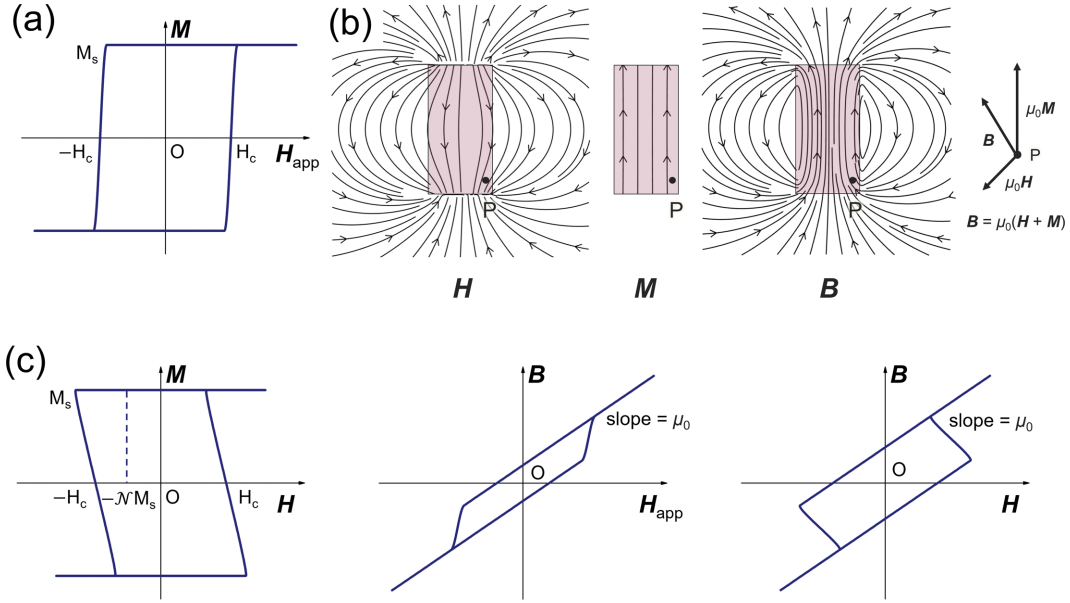


Fig. 1. (Color online) (a) Magnetization, M for a permanent magnet as a function of the applied field, H_{app} . (b) Distribution of the magnetic field strength, H , the magnetization, M , and the magnetic flux density, B , as well as their relation at the point P inside the magnet. (c) M , and B for a permanent magnet as a function of the applied field, H_{app} or the internal field, H . M_s , H_c , and N indicate the saturation magnetization, the coercivity, and the demagnetizing factor, respectively.

자유 공간(free space)에서 B 자기장 벡터(B)와 H 자기장 벡터(H) 간에는 아래와 같이 선형적 관계이고

$$B = \mu_0 H \tag{1}$$

자기 모멘트(magnetic moment) M 을 가지고 있는 강자성체 내부의 한 지점에서는 아래와 같은 관계를 가진다.

$$B = \mu_0(H + M). \tag{2}$$

여기서 μ_0 는 자유 공간에서의 자기 투자율(magnetic permeability)이다. 또한 강자성체 내에서 H 자기장은 외부에서 인가하는 자기장인 H_{app} 와 자기 모멘트 M 이 만들어 내는 반자장(demagnetizing field) H_d 로 구분할 수 있다. 자성체 내부에서 형성되는 반자장 H_d 는 측정이 거의 불가능하기 때문에 이론적으로 계산하여야 한다. 만약 자기모멘트가 자성체 내부에서 균일한 한 방향을 가진다면 반자장은 텐서 N 을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$H_d = -NM \tag{3}$$

반자장 텐서는 자성체의 모양에 따라서 결정되는데 구나 타원체, 박막과 같은 전형적인 구조에서는 아래와 같이 반자장 텐서를 상수인 반자장 계수(demagnetizing factor) N 으로 근사해서 표현할 수 있다.

$$N_d \approx -NM \tag{4}$$

여기서 반자장 계수 N 은 자석의 모양과 자기모멘트 방향에 따라서 달라지게 된다. 예를 들면, 구의 경우 모든 방향에 대해서 대칭이므로 방향과 상관없이 $N = 1/3$ 이고 박막의 경우 박막면과 수직이면 $N = 1$, 박막면에 평행하면 $N = 0$ 에 가까운 값이 된다. 원통의 경우 지름과 높이의 비에 따라서 다른데, 지름이 높이에 2배 정도일 때 $N = 1/2$ 이 된다.

수식(4)를 이용하여 H 자기장을 나타내면

$$H = H_{app} + H_d \approx H_{app} - NM \tag{5}$$

이고 이를 수식(2)에 대입하면

$$B = \mu_0(H + M) \approx \mu_0(H_{app} - NM + M) \tag{6}$$

가 된다.

만약 실험으로 인가자기장(H_{app})에 따른 자기 모멘트(M)의 변화를 나타내는 자기이력곡선 즉, $M(H_{app})$ 곡선을 측정하였다면 실험에서 사용한 자성체의 형상에 따른 반자장 계수(N)와 식(5), 식(6)을 사용하여 Fig. 1(c)와 같이 $M(H)$, $B(H_{app})$, $B(H)$ 곡선을 도출할 수 있다. 때로는 간편하게 Fig. 2와 같이 $\mu_0(H_{app} + M)$ 을 H_{app} 에 대한 곡선으로 나타내어 뒤에 살펴볼 에너지적(energy product)을 예측하기도 하는데 이때의 한계점을 후반부에 중점적으로 살펴보도록 하겠다.

각각의 자기이력곡선은 몇 가지 특징을 가지고 있는데, 자기 모멘트가 포화되어 있는 경우 식(2)와 식(6)에서 알 수 있듯이 B 자기장은 H 와 H_{app} 에 대하여 비례상수가 μ_0 인 단순

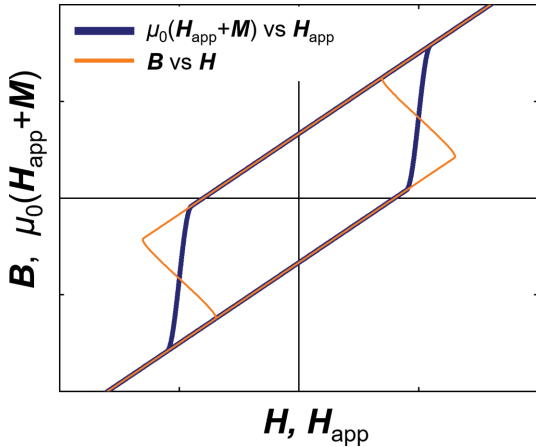


Fig. 2. (Color online) The hysteresis loop of $\mu_0(H_{app} + M)$ as a function of the applied field, H_{app} and the magnetic flux density, B as a function of the internal field, H .

한 비례관계에 있다. Fig. 3(a)는 Fig. 1(a)의 전형적인 영구 자석의 $M(H_{app})$ 곡선에 대해 다양한 반자장 계수(N)를 가정한 자기이력곡선을 나타내고 있다. 자성체를 실제 응용할 때는 인가자기장이 없는 경우가 대부분이므로 $H_{app} = 0$ 일 때의 값인 잔류 자기 모멘트량 혹은 잔류자화(remnant magnetization) M_r 와 잔류자기선속밀도(잔류자속) B_r 이 자성체 성능을 나타내는 중요한 값이 된다. 앞에서 언급한 바와 같이 N 은 자성체의 모양과 상대적 자화 방향에 따라 달라지게 되어, Fig. 3(b)에서 알 수 있듯이 같은 $M(H_{app})$ 곡선에 대해서도 전혀 다른 B_r 값을 가지게 되는데 이는 고유 성질이 거의 같은 강한 영구자석이라 M_r 값이 형상에 의해 변하지 않더라도 $B_r = \mu_0(1 - N)M_r$ 이므로 반자장 계수(N), 즉 모양에 따라서 매우 다른 잔류자속 B_r 값을 가질 수 있기 때문이

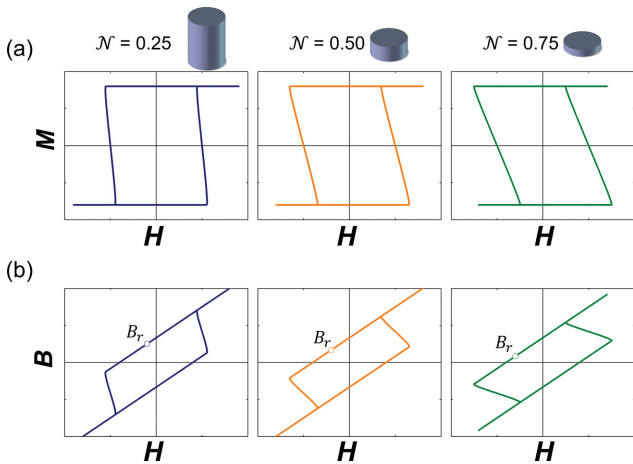


Fig. 3. (Color online) Hysteresis loops of the magnetization, M (a) and the magnetic flux density, B (b) as a function of the internal field, H with various demagnetizing factor $N = 0.25, 0.5, \text{ and } 0.75$. B_r indicates the remnant magnetic flux density.

다. 여기서 한가지 언급할 사항은 $M(H_{app})$ 곡선 또한 자성체의 모양에 따라서 달라질 수 있는데 아주 강한 영구자석의 경우에는 차이가 거의 없지만 일반적인 자성체는 모양에 따라서도 다른 자기이력곡선이 측정된다. 이는 형상에 의한 자기이방성(shape anisotropy)과 물질 고유의 자기이방성(magnetocrystalline anisotropy)간의 상대적 크기에 따라 결정되는데, NdFeB과 같은 희토류계의 강한 영구자석의 경우에는 아주 얇은 박막의 형태만 아니라면 물질 고유의 자기이방성이 형상 자기이방성보다 월등히 커서 거의 같은 $M(H_{app})$ 곡선이 측정되지만, 연자성(soft magnetic)체의 경우에는 형상 자기이방성에 의해 자성체 모양이 바뀌면 매우 상이한 $M(H_{app})$ 곡선이 측정될 수 있다.

II. 자성체가 만드는 에너지와 자성체의 성능지표인 에너지적(Energy Product)

자성체가 가진 에너지는 크게 자성체 내부에 형성되는 정자기 에너지(magnetostatic energy)와 자성체가 외부에 형성하는 자기장에 의한 정자기 에너지로 나눌 수 있다. 일반적으로 자성체를 이용한다는 것은 자성체가 주변에 만들어내는 자기장을 이용한다는 것이어서 외부에 형성하는 자기장에 의한 에너지를 계산하는 것이 필요하다. 먼저 부피가 V 인 자성체 내부에 형성되는 자체 정자기 에너지(self-magnetostatic energy, E_m)는 통상적으로 아래와 같은 수식으로 정의한다.

$$E_m = -\frac{1}{2} \int_V \mu_0 H_d \cdot M d^3 r. \quad (7)$$

M 은 자성체 외부에서는 0이므로 식(7)에서 모든 공간에 대해 적분하여도 동일한 값이 된다. 인가되는 자기장이 없으므로 $B = \mu_0(H_d + M)$ 이고 따라서 $M = B/\mu_0 - H_d$ 가 되어 위 식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$E_m = \frac{1}{2} \int_{all\ space} (\mu_0 H_d^2 - B \cdot H_d) d^3 r. \quad (8)$$

여기에 $\int_{all\ space} B \cdot H_d d^3 r = 0$ 인 사실을 적용하면,

$$E_m = \frac{1}{2} \int_{all\ space} \mu_0 H_d^2 d^3 r. \quad (9)$$

자기장 H 가 만들어내는 에너지(E)는 일반적으로 주어진 공간(V)에 대해 $\frac{1}{2} \int_V B \cdot H d^3 r$ 으로 구할 수 있고 자유공간에서는 $B = \mu_0 H$ 이므로 에너지는 아래와 같이 주어진다.

$$E = \frac{1}{2} \int_V \mu_0 H^2 d^3 r. \quad (10)$$

따라서 우리가 구하고자 하는 자성체가 주변에 형성하는 자기장 H_d 에 의한 에너지(E_{out})는 자성체를 제외한 모든 공간에 대해 식(10)을 적용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$E_{out} = \frac{1}{2} \int_{all\ space-V} \mu_0 H_d^2 d^3 r$$

$$= \frac{1}{2} \int_{all\ space} \mu_0 H_d^2 d^3 r - \int_V \mu_0 H_d^2 d^3 r. \quad (11)$$

식(7)과 (9)로부터 식(11)은

$$E_{out} = -\frac{1}{2} \int_V \mu_0 H_d \cdot M d^3 r - \frac{1}{2} \int_V \mu_0 H_d^2 d^3 r. \quad (12)$$

가 되고 최종적으로 자성체 외부에 형성된 자기장에 의한 에너지는

$$E_{out} = -\frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_d d^3 r \quad (13)$$

즉, 자성체 내부의 \mathbf{B} 자기장과 반자장인 \mathbf{H}_d 의 내적을 적분하여 구할 수 있다. 이 식으로부터 자성체의 성능 지표인 에너지적(energy product)의 의미를 알 수 있는데, 자성체 내부의 공간 적분식 $-\int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_d d^3 r$ 로 표현되는 에너지적은 자성체가 외부에 만들어내는 자기장(stray field) 에너지의 두 배에 해당하는 물리량을 의미한다. 특히, 에너지적 식에서 \mathbf{H} 자기장은 반자장임을 명심해야 한다.

III. 자기이력곡선으로부터 최대에너지적의 예측

자성체 외부에 형성된 자기장의 에너지는 기본적으로 인가하는 외부자기장이 없을 때이다. 만약 외부 자기장이 있다면 외부로부터 에너지가 공급되는 상황이므로 자성체 자체의 에너지만 포함되어 있지 않다. 따라서 주어진 자성체의 자기이력곡선에서 잔류자속(B_r)과 잔류자화(M_r)만이 자성체가 만들어내는 에너지와 관련이 있다. 즉, 단위 부피당 에너지적은 잔류자속(B_r)과 잔류자화(M_r)가 만들어내는 반자장인 잔류반자장($-NM_r$)의 곱,

$$-\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_d = -B_r(-NM_r) = -\mu_0(-NM_r + M_r)(-NM_r)$$

$$= -\mu_0(N^2 - N)M_r^2 \quad (14)$$

로 나타낼 수 있고 이것은 반자장 계수 N 값에 따라서 매우 다른 에너지적을 가진다. 이는 같은 자성재료라도 형상과 자화 방향에 따라서 만들어내는 에너지가 다르다는 것을 의미한다. 식(14)에 따르면 반자장 계수 N 이 1에 가까운 박막 형태로 만들거나 N 이 0에 가까운 바늘과 같은 형상의 경우 에

너지적이 거의 없음을 알 수 있다. 또한 이 식으로부터 최대 에너지적을 유추할 수 있는데 일반적으로 강한 영구자석의 경우 형상과 자화 방향에 상관없이 잔류자화(M_r)가 거의 포화자화(M_s)와 동일하다고 볼 수 있다. 이 경우에 식(14)는

$$-\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_d = -\mu_0(N^2 - N)M_s^2 \quad (15)$$

로 쓸 수 있고 $N=1/2$ 일 때 최대값 $|BH|_{max} = \mu_0 M_s^2 / 4$ 을 가지게 된다. 일반적으로 잔류자화가 포화자화보다 작기 때문에 일반적으로 아래의 관계에 있다.

$$|BH|_{max} < \mu_0 M_s^2 / 4 \quad (16)$$

즉, 이론적인 최대의 단위 부피당 에너지적은 포화자화에만 의존하는 값이고 자성체의 형상은 $N=1/2$ 인 경우이다. 원통형상의 자성체를 가정하면 앞에서 언급한 것과 같이 지름이 높이의 2배 정도일 때이다. 하지만 일반적인 경우 잔류자화는 포화자화와 같지 않고 형상에 따라 달라지기 때문에 주어진 자성물질의 정확한 최대에너지적을 알기 위해서는 원칙적으로 자성물질을 다양한 형상으로 제조하여 각 형상 즉, 각각의 N 값에 따른 잔류자화로부터 식(14)를 이용하여 에너지적을 도출하고 비교하여야 한다. 하지만 이렇게 최대에너지적을 구한다면 많은 시간과 노력이 들기 때문에 통상적으로 몇 가지 가정을 통하여 한 가지 형상의 자기 이력 곡선으로부터 최대에너지적을 구하게 된다.

에너지적은 Fig. 3(b)의 $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ 곡선으로부터 구할 수 있다. 앞서 살펴본 바와 같이 에너지적은 $-B_r(-NM_r)$ 이므로 Fig. 4(a)처럼 $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ 곡선에서 외부 자기장이 없을 때($H_{app} = 0$)의 2사분면 점($-NM_r, B_r$)과 x, y 축에 수직으로 이은 선이 만드는 직사각형의 넓이에 해당된다. 원점과 이 2사분면에서 점($-NM_r, B_r$)을 지나는 직선을 부하선(load line)이라고 부르며 형상(반자장 계수, N)에 따라서 다른 기울기를 가지게 된다. 일반적으로 보자력이 충분히 크고 잔류자화(M_r)가 자성체 형상에 따라서 달라지지 않는다면 2사분면의 $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ 선은 형상에 상관없이 동일한 선이 된다. 즉, $\mathbf{H} = 0$ 일 때 \mathbf{B} 는 $\mu_0 M_r$ 의 값을 가지게 되어 y 축 절편이 $\mu_0 M_r$ 이고 기울기가 μ_0 인 직선이 되어 Fig. 4(b)와 같이 각기 다른 형상을 가진 자성체의 $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ 곡선을 2사분면에 같이 그리면 동일한 직선위에 그려지고, 외부 자기장이 없을 때 형상에 따라 다른 잔류자속과 잔류반자장 값을 가지므로 다른 점($-NM_r, B_r$)으로 나타나게 된다. 이에 따른 에너지적을 구하면 Fig. 4(c)와 같이 나타낼 수 있다.

Fig. 2와 같이 $\mu_0(\mathbf{H}_{app} + \mathbf{M})$ 의 함수로 2사분면에 나타내도 동일하게 y 축 절편이 $\mu_0 M_r$ 이고 기울기가 μ_0 인 직선을 얻을 수 있다. 실험적으로는 형상에 따른 정확한 반자장 계수(N) 값이나 이에 따른 잔류반자장값($-NM_r$)을 고려하기 힘들기 때

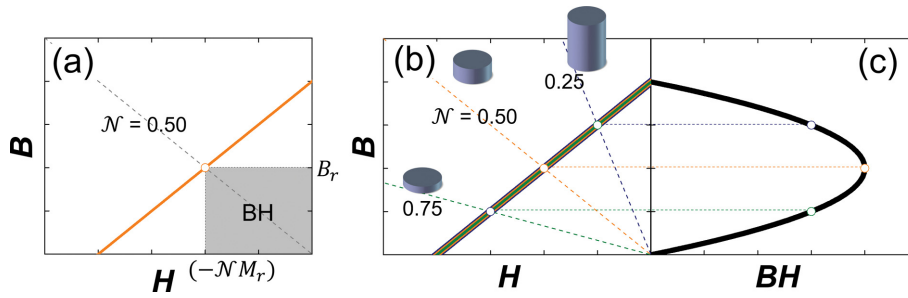


Fig. 4. (Color online) (a) The second quadrant of the **B-H** hysteresis loop in Fig. 3(b) with the demagnetizing factor $N = 0.50$. Shaded area indicates the energy product for given $N = 0.50$ at the remanent state. (b) The second quadrant of the **B-H** hysteresis loops in Fig. 3(b) for all three values of N . Open circles indicate the working point for given magnet shape (N) and the dotted lines crossing these points and the origin indicate the load lines.

문에 외부 자기장에 따른 자기 이력 곡선 $M(H_{app})$ 로부터 H_{app} 에 따른 $\mu_0(H_{app} + M)$ 곡선을 그려서 Fig. 4(c)와 동일한 에너지적을 구하고 최대에너지적을 도출하게 된다. 하지만 이러한 방법은 여러가지 문제가 생길 수 있는데 다음 장에서 그 문제점에 대해서 자세히 살펴보도록 하자.

IV. 최대에너지적 예측의 문제점

최대에너지적을 예측하기 위해서는 원칙적으로는 다양한 형상의 자성체를 제조해서 각각의 잔류자속값(B_r)과 그때의 잔류반자장값($-NM_r$)의 곱으로부터 최대값을 도출해야 하지만, 앞 장에서 살펴본 바와 같이 하나의 형상에 대해 2사분면 **B(H)** 곡선을 구하여 곡선의 한 점과 각축에 수직으로 이은 선이 만드는 직사각형 면적으로부터 형상에 따른 에너지적을 유추하고 이로부터 최대에너지 적을 예측하게 된다. 이 장에서는 이렇게 유추한 값이 어떠한 한계를 가지고 있는지 살펴보고자 한다.

우선 이 논의를 다음과 같은 조건으로 한정해서 시작해 보자. 바로 자성체의 자기이력 곡선 $M(H_{app})$ 가 자성체의 형상에 따라서 변하지 않고 잔류자화가 포화자화와 동일한 경우이다. 즉, 잔류자화와 보자력(H_c)은 주어진 자성체의 고유한 값으로 정해진다. 여기서 보자력은 자기이력곡선에서 자화값 혹은 자속이 0이 되는 H 자기장 혹은 인가자기장인 H_{app} 값을 의미한다. $M(H_{app})$ 곡선과 **B(H)** 곡선에서 보자력은 서로 다른 값을 가지게 되는데 $M(H_{app})$ 곡선에서는 고유보자력 (intrinsic coercivity, iH_c)으로 **B(H)** 곡선에서는 유도보자력 (inductive coercivity, bH_c)으로 구분해서 표시하기도 한다. $M(H_{app})$ 곡선이 형상에 의존하지 않는다고 한정하면 고유보자력인 iH_c 도 자성체의 형상에 따라서 변하지 않는다. 하지만, **B(H)** 곡선은 형상에 매우 의존적이어서 유도보자력 bH_c 값은 형상에 따라서 크게 차이가 난다. 원칙적인 에너지적은 외부 자기장이 0인 잔류자화와 이때의 반자장에 의해서 결정되며

로 보자력과는 상관이 없지만, 한 형상의 자성체로부터 최대 에너지적을 예측하는 경우 이 보자력 때문에 잘못된 에너지적을 도출하기도 한다.

자기이력곡선이 형상에 의존하지 않을 경우 어떠한 형상에서도 동일한 잔류 자화(M_r)를 가지고 잔류자속(B_r)은 $\mu_0(1 - N)M_r$ 이므로 Fig. 3(b)와 같이 반자장 계수에만 의존하는 한 직선으로 나타나게 되고 이 직선은 x 축 y 축을 모두 통과한다. 보자력이 큰 경우(보통 고유보자력값 H_c 가 $\mu_0 M_s$ 보다 큰 경우)는 2사분면의 **B(H)** 곡선은 형상에 상관없이 동일한 선이 되고 x 축 y 축 절편도 동일하기 때문에 **B(H)** 곡선을 임의의 형상을 가진 하나의 자성체에 대해서만 측정해도 모든 형상의 에너지적을 문제없이 도출할 수 있다. Fig. 2에서 살펴본 바와 같이 실험적으로 주로 쓰이는 방법인 H_{app} 에 따른 $\mu_0(H_{app} + M)$ 곡선 또한 2사분면에서 동일한 하나의 직선으로 표시되기 때문에 이로부터 최대에너지적을 도출하는 데는 문제가 없다.

Fig. 5는 다양한 보자력과 반자장 계수(N)에 따른 2사분면의 $M(H_{app})$ 곡선 **B(H)** 곡선, H_{app} 에 따른 $\mu_0(H_{app} + M)$ 곡선과 각각의 곡선으로부터 예측된 에너지적을 같이 나타내 주고 있다. 만약 보자력이 M_s 보다 작은 경우는 2사분면의 자기 이력곡선들이 하나의 직선으로 나타나지 않고 꺾인 선이 되어 예측되는 에너지적이 원래의 값과 차이를 보이게 되는데 반자장 계수가 작은 부하선에서는 잘 예측되다가 어느 값 이상에서는 잘못된 에너지적을 예측하게 된다. 에너지적을 예측하는 목적은 주어진 자성체의 최대에너지적을 알기 위한 것이기 때문에 특정 값 이상에서는 잘못된 예측을 하더라도 최대에너지적만 올바르게 도출할 수 있으면 된다. 그러나 Fig. 5에서 보듯이 보자력에 따라서 최대에너지적도 잘못 예측될 수 있다.

먼저 H_{app} 에 따른 곡선(Fig. 5의 남색으로 나타낸 곡선)으로 최대에너지적을 예측하는 경우를 살펴보자. 이 곡선은 형상에 따른 인자가 포함되어 있지 않기 때문에 반자장 계수와

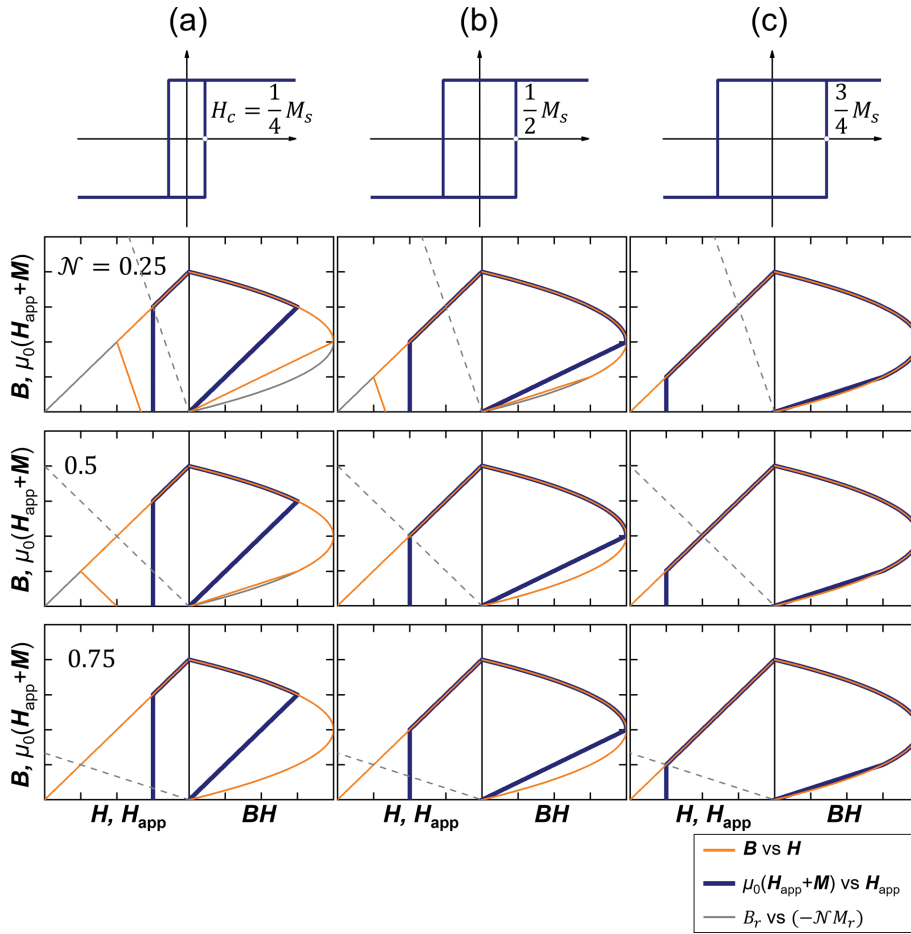


Fig. 5. (Color online) The second quadrant of the B - H and $\mu_0(\mathbf{H}_{app} + \mathbf{M}) - \mathbf{H}_{app}$ hysteresis loops and the estimation of the energy product (BH) from them with different shape (different values of the demagnetizing factor, N) for three permanent magnets with different coercivities of $H_c/M_s = 1/4$ (a), (b), (c). The gray line in each BH panel indicates the true energy product (BH) since it obtained from the remanent magnetic flux density, B_r , and the internal field $\mathbf{H} = -N\mathbf{M}_r$ for all values of N (see the gray lines in the B - H loop panel).

는 무관하다. 식(15)로 부터 반자장 계수가 $N=1/2$ 일 때 최대에너지적을 가지므로 올바른 최대값 예측을 위해서는 이 값에 해당하는 반자장 계수까지는 올바르게 에너지 적을 예측해야 한다. 따라서 이를 만족하기 위해서는 고유보자력 H_c 가 적어도 $M_s/2$ 보다 커야 한다. 반면, $B(H)$ 곡선은 자성체의 형상, 즉 반자장 계수에 영향을 받기 때문에 보자력이 작은 경우 형상에 따라 잘못된 에너지적 예측이 시작되는 부하선의 기울기(반자장 계수, N)가 달라지게 되고 형상에 따라서 잘못된 최대에너지적을 예측하기도 한다. 그러나 고유보자력 H_c 가 $M_s/2$ 보다 큰 경우는 어떠한 형상이라도 최대에너지적을 올바르게 예측할 수 있고 고유보자력 H_c 가 $M_s/2$ 보다 작은 경우에도 $1/2$ 보다 큰 반자장 계수를 가지는 형상에 대해서는 언제나 올바른 에너지적을 예측할 수 있다.

끝으로 위의 제한된 조건에서 벗어나는 경우에 대해 간단히 언급하면서 이 장을 마무리하도록 하겠다. 일반적인 자성체의 경우 미세구조 등 여러가지 외부적 요인에 따라서 잔류

자화가 포화자화와 동일하지 않으며 물질 고유의 자기 이방성이 충분히 크지 않은 경우 자기이력곡선 $M(H_{app})$ 이 자성체의 형상에도 민감하게 바뀌게 된다. Fig. 6은 자기이력곡선 $M(H_{app})$ 이 자성체의 형상에 따라서 변화가 없더라도 잔류자화가 포화자화와 동일하지 않은 경우 에너지적이 형상에 따라서 얼마나 다르게 예측될 수 있는지를 보여주고 있다. H_{app} 에 따른 $\mu_0(\mathbf{H}_{app} + \mathbf{M})$ 곡선, $B(H)$ 곡선 모두 2사분면에서 잔류자속(B_r)과 잔류반자장($-NM_r$)의 형상에 따라 나타나는 직선 그래프의 기울기와는 많은 차이를 보이고 있고 이에 따라 자기이력곡선으로 예측되는 에너지적과 실제 값인 잔류자속(B_r)과 잔류반자장($-NM_r$)의 곱과는 상당한 차이가 날 수 있다. Fig. 6의 오른쪽 그래프에서 나타나듯이 H_{app} 에 따른 $\mu_0(\mathbf{H}_{app} + \mathbf{M})$ 곡선의 경우 0을 제외한 모든 구간에서 잘못된 값을 예측하고 있고 $B(H)$ 곡선도 주어진 형상에 대한 값 이외에는 잘못된 값을 예측하고 있다. 만약 자기이력곡선 $M(H_{app})$ 이 자성체의 형상에 민감하게 바뀌게 되는 경우에는

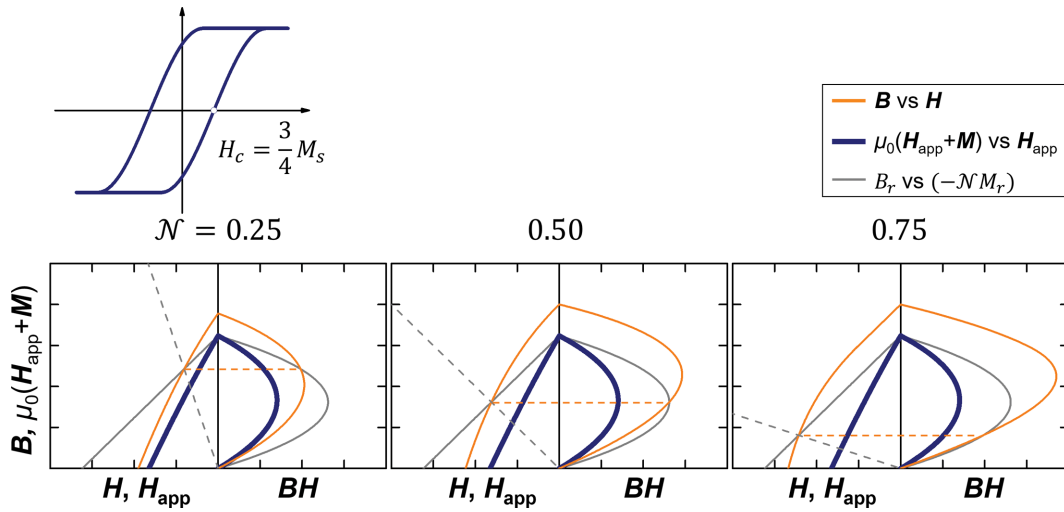


Fig. 6. (Color online) The second quadrant of the $B-H$ and $\mu_0(H_{app} + M) - H_{app}$ hysteresis loops and the estimation of the energy product (BH) from them with different shape (different values of the demagnetizing factor, N) for the permanent magnets with the remanent magnetization, M_r , which is different from the saturation magnetization, M_s .

잔류자속과 이때의 잔류반자장값 자체가 형상에 따라서 직선적 비례 관계를 잃어버리게 되어 자기이력곡선으로는 예측이 불가능한 상황이 된다. 더구나 최대에너지적이 반자장 계수가 $N=1/2$ 이 아닌 값에서 최대값을 가지기도 한다. 따라서 이러한 경우는 다양한 자성체의 형상을 만들어서 최대에너지적을 도출해야만 한다.

V. 맺음말

이상으로 자성체의 에너지적에 대한 정확한 정의와 물리적 의미를 살펴보고 이로부터 영구자석의 성능지표인 최대에너지적을 자기이력곡선으로부터 예측하는 방법과 그에 따른 문제점을 살펴보았다. 자성체의 에너지적은 주어진 자성체가 외부에 만들어 내는 자기장이 가지는 에너지의 두배에 해당하는 값으로 외부 인가 자기장이 없는 잔류자속과 이때의 잔류반자장에 의해서 결정된다. 이러한 에너지적은 자성체의 형상에 따라서 달라지게 되는데, 최적의 형상을 만들면 최대에너지적을 얻을 수 있고 이 값은 잔류 자화가 포화 자화와 거의 동일하고 충분히 큰 결정자기이방성을 가지고 있는 경우 하나의 형상에 대한 자기이력곡선으로부터 쉽게 얻을 수 있

다. 그러나 일반적인 상황에서는 잘못된 최대에너지적을 얻을 수 있기 때문에 자기이력곡선으로 예측할 때에는 측정하는 자성체가 위의 조건을 만족하고 있는지 잘 살펴볼 필요가 있다.

감사의 글

이 논문은 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2016M3D1A1027831).

References

- [1] S. Hirose, M. Nishino, and S. Miyashita, Adv. Nat. Sci. Nanosci. Nanotechnol. aa597c (2017).
- [2] R. W. McCallum, L. Lewis, R. Skomski, M. J. Kramer, and I. E. Anderson, Annu. Rev. Mater. Res. **44**, 451 (2014).
- [3] D. Li, D. S. Pan, S. J. Li, and Z. D. Zhang, Sci. China Physics, Mech. Astron. **59**, 1 (2016).
- [4] J. M. D. Coey., Magnetism and magnetic materials, Cambridge University Press (2010).
- [5] R. Skomski, Simple Models of Magnetism, Oxford University Press (2008).