

Basics and Application of Spin Diffusion Theory

Hyeon-Jong Park¹ and Kyung-Jin Lee^{1,2*}

¹KU-KIST Graduate School of Converging Science and Technology, Korea University, Seoul 02841, Korea

²Department of Materials Science and Engineering, Korea University, Seoul 02841, Korea

(Received 9 June 2020, Received in final form 15 June 2020, Accepted 17 June 2020)

Spin diffusion theory is widely used to interpret experimental results in the field of spintronics. In this paper, we overview the detailed derivation of spin diffusion equation with emphasizing two main assumptions. We discuss possible misinterpretations when applying the spin diffusion equation to spin-orbit torque experiment, where two assumptions of the spin diffusion theory are not applicable in general.

Keywords : spin diffusion, spin current, spin accumulation

스핀 확산 이론의 기초 및 적용

박현종¹ · 이경진^{1,2*}

¹고려대학교 KU-KIST 융합대학원, 서울시 성북구 안암동 5가, 02841

²고려대학교 신소재공학과, 서울시 성북구 안암동 5가, 02841

(2020년 6월 9일 받음, 2020년 6월 15일 최종수정본 받음, 2020년 6월 17일 게재확정)

본 총설 논문에서는 스핀트로닉스 분야 실험을 해석하는데 있어서 자주 활용되는 spin diffusion 이론이 유도되는 과정을 두 가지 핵심적인 가정과 함께 소개하였다. 최근 많은 연구가 이루어지고 있는 강자성층/비자성층 구조에 면내 전류를 주입하여 발생하는 spin-orbit torque를 분석하는데 spin diffusion 이론을 적용한 예를 설명하였다. 이 경우 spin diffusion 이론의 두 가지 가정이 일반적으로 성립되지 않는 문제로 인해 발생할 수 있는 해석의 오류에 대해 논하였다.

주제어 : spin diffusion, spin current, spin accumulation

I. 서 론

스핀트로닉스(Spintronics) 분야는 물질 내에서의 spin transport 현상을 연구하는 분야이다. 강자성층 혹은 스핀궤도 결합이 큰 비자성층에 전하전류를 통과시켰을 때 만들어지는 spin current를 이용하여 다양한 연구가 진행되고 있다. 스핀트로닉스 소자에 있어서 유한한 소자 두께와 폭으로 인해 소자의 경계에 spin이 쌓이는 spin accumulation이 발생하고, 이를 직접 측정하거나 이를 이용하여 인접한 강자성층에 발생하는 자화 거동을 측정하는 방식으로 연구가 진행된다. 따라서 spin current와 spin accumulation의 관계를 이론적으로 정립하는 것이 필수적이다. 이를 위해 개발된 spin diffusion

이론은 매우 폭넓은 스핀트로닉스 분야 연구에 활용되어 왔다.

본 총설 논문은 spin diffusion 이론의 기초와 적용 시 주의할 점을 소개할 목적으로 작성되었다. 2절에서는 Valet-Fert theory[1]에 근거하여 spin diffusion 이론을 유도하는 과정을 소개하였다. 이때 이론식 유도에서 사용된 두 가지 핵심적인 가정들을 설명하였다. 3절에서는 두 핵심적 가정이 일반적으로 성립하지 않는 경우(강자성층/비자성층 구조에 면내 전류를 인가하여 발생하는 spin-orbit torque)에 spin diffusion 이론을 적용하였을 때 주의할 점을 논하였고, 실제 실험 상황과 spin diffusion 이론이 갖는 간극에 중요한 역할을 하는 계면 스핀궤도결합 효과에 대해 논하였다.

II. Spin Diffusion Equation: Valet-Fert Theory

1993년 Valet와 Fert[1]는 1988~89년에 실험적으로 발견된

Giant Magneto-Resistance(GMR) 효과[2,3]를 설명하기 위해, Boltzmann transport equation(BTE)로부터 spin diffusion equation을 유도하였다. 이 절에서는 참고문헌[1]의 핵심적인 내용을 소개한다.

BTE는 특정 입자 각각의 위치와 운동량(혹은 속도)을 분석하는 대신, 해당 입자가 특정 위치와 운동량을 가지고 있을 확률을 분포 함수를 통해 분석한다. 전기장이 z 방향으로 인가된 상황에서, z 위치에서 스핀 s ($s = \uparrow, -s = \downarrow$)와 속도 \mathbf{v} 를 갖는 전자의 분포 함수를 $f_s(z, \mathbf{v})$ 라 정의할 때, linearized BTE는 다음과 같이 주어진다[1].

$$v_z \frac{\partial f_s}{\partial z}(z, \mathbf{v}) - eE(z)v_z \frac{\partial f_s^0}{\partial \epsilon}(\mathbf{v}) = \int d^3 v' \delta[\epsilon(\mathbf{v}') - \epsilon(\mathbf{v})] P_s[z, \epsilon(\mathbf{v})] [f_s(z, \mathbf{v}') - f_s(z, \mathbf{v})] + \int d^3 v' \delta[\epsilon(\mathbf{v}') - \epsilon(\mathbf{v})] P_{sf}[z, \epsilon(\mathbf{v})] [f_s(z, \mathbf{v}') - f_s(z, \mathbf{v})]. \quad (1)$$

이때 $-e$ 는 전하, $\epsilon(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} m v^2$ 은 전자 에너지, $E(z) = -\partial V(z)/\partial z$ 는 국부적 전기장, $P_s[z, \epsilon(\mathbf{v})]$ 는 spin-conserving probability, $P_{sf}[z, \epsilon(\mathbf{v})]$ 는 spin-flip transition probability (spin \uparrow -to- \downarrow 혹은 spin \downarrow -to- \uparrow transition할 확률), $f_s^0(\mathbf{v})$ 는 Fermi-Dirac 분포 함수이다. 식(1)의 좌측의 첫번째 항은 확산 과정, 두번째 항은 전기장에 의한 힘의 영향, 우측은 충돌 과정을 기술한다. 분포 함수 $f_s(z, \mathbf{v})$ 는 [1]

$$f_s(z, \mathbf{v}) = f_s^0(\mathbf{v}) + \frac{\partial f_s^0}{\partial \epsilon} \{ [\mu^0 - \mu_s(z)] + g_s(z, \mathbf{v}) \}, \quad (2)$$

로 주어지며, 우측 두번째 항은 전기장에 의해 발생한 섭동항으로, μ^0 는 equilibrium chemical potential, $\mu_s(z)$ 는 전자의 운동량(혹은 \mathbf{v})과 무관한 isotropic spin chemical potential, $g_s(z, \mathbf{v})$ 는 전자의 운동량(혹은 \mathbf{v})에 유관한 anisotropic spin chemical potential이다. 비록 전기장이 z 방향으로 걸려 있지만, \mathbf{v} 는 3차원 운동량을 기술하는 벡터로 모든 방향으로 움직이는 전자 상태를 다 고려해야 한다. 식(1), (2)를 이용하여 섭동 1차항들만 모으면 [1],

$$v_z \frac{\partial g_s}{\partial z}(z, \mathbf{v}) + \left(\frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right) g_s(z, \mathbf{v}) = v_z \frac{\partial \bar{\mu}_s}{\partial z}(z) + \frac{\bar{\mu}_s(z) - \bar{\mu}_{-s}(z)}{\tau_{sf}}, \quad (3)$$

로 주어지며, 이때 $\bar{\mu}_s(z) = \mu_s(z) - eV(z)$ 는 spin electrochemical potential, τ_s 는 spin-conserving relaxation time, τ_{sf} 는 spin-flip relaxation time이다.

식(3)으로부터 spin diffusion equation을 유도하기 위해서는 크게 두 가지의 가정이 필요하다. 식(3)에서는 위치 변수 z 와 속도 변수 \mathbf{v} 가 분리되지 않았기 때문에, 식(3)을 풀기 위

해서는 수치적 기법으로 모든 위치에서 모든 전자의 운동량 상태에 대한 적분이 이루어져야 한다. 참고문헌[1]에서는 전기장 방향을 중심으로 cylindrical symmetry를 가정함으로써, 위치 변수 z 와 속도 변수 \mathbf{v} 를 매우 간단한 형태로 분리하였다. 이 첫번째 가정은 current-perpendicular-to-plane(CPP) 구조에서는 성립하지만 current-in-plane(CIP) 구조에서는 일반적으로 성립하지 않는다. 이 첫번째 가정에 의해 유도된 식 [참고문헌 1의 식(9)] 역시 Green 함수가 포함된 적분식으로 spin current $J_s(z)$ 와 spin electrochemical potential $\bar{\mu}_s(z)$ 의 관계에 있어서 “locality” [$J_s(z)$ 가 동일한 z 위치의 $\bar{\mu}_s(z)$ 와만 연관이 있음]의 의미가 깨져 있어 실용적으로 활용하기 어려운 형태이다. 따라서 참고문헌[1]에서는 이러한 “locality”가 성립

되는 두 번째 가정 mean-free path $\lambda_s = v_F \left(\frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right)^{-1} \ll$ spin diffusion length $l_{sf} = \left[\left(\frac{1}{\tau_s^2} + \frac{1}{\tau_{sf}^2} \right)^{-1/2} \right] \cdot l_s = \sqrt{\frac{1}{3}} v_F \lambda_s \tau_{sf} =$

$\sqrt{D_s \tau_{sf}}$ 를 도입한다. 이때 v_F 는 Fermi 속도, D_s 는 확산계수이다.

이와 같이 두 가지 가정을 통해 얻어지는 spin diffusion equation은 다음과 같다[1].

$$\frac{e \partial J_s}{\sigma_s \partial z} = \frac{\bar{\mu}_s - \bar{\mu}_{-s}}{l_s^2}, \quad (4)$$

$$J_s = \frac{\sigma_s \partial \bar{\mu}_s}{e \partial z}. \quad (5)$$

이때 σ_s 는 spin-dependent conductivity이다. 식(4)는 spin diffusion을 기술하고, 식(5)는 Ohm's law의 spin version이다. 식(4)와 (5)를 $\bar{\mu}_{\uparrow/\downarrow} = \bar{\mu} \pm \Delta\mu$ 에 대해 정리하면

$$\frac{\partial^2 \Delta\mu}{\partial z^2} = \frac{\Delta\mu}{l_{sf}^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\sigma_{\uparrow} \bar{\mu}_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow} \bar{\mu}_{\downarrow}) = 0, \quad (7)$$

이 얻어지며, 이때 일반 해는

$$\Delta\mu = A \exp\left(\frac{z}{l_{sf}}\right) + B \exp\left(-\frac{z}{l_{sf}}\right), \quad (8)$$

$$(\sigma_{\uparrow} \bar{\mu}_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow} \bar{\mu}_{\downarrow}) = Cz + D, \quad (9)$$

로 주어진다. 적절한 경계조건을 이용하여 변수 A, B, C, D

를 결정하면 전체 구조에서 spin accumulation $\Delta\mu$ 와 spin current J_s 를 계산할 수 있다.

참고문헌[1]에서는 이상의 수식들을 CPP GMR에 적용하여 설명하였다. 이 경우 첫번째 가정(전기장 방향 중심으로 cylindrical symmetry)이 성립하고, 실험에 사용되었던 대부분의 물질(Co, Cu 등에서 두번째 가정($\lambda_s \ll l_{sf}$) 역시 성립하기 때문에, 매우 성공적으로 CPP GMR을 설명할 수 있었다 [4]. 다음 절에서는 이 두 가지 가정이 일반적으로 성립하지 않는 경우에 대해 spin diffusion theory를 적용했을 때 얻어지는 결과와 한계를 설명한다.

III. Spin Diffusion Equation을 이용한 Spin-orbit Torque 실험 분석

강자성층/비자성층 구조에 면내 전류를 인가했을 때 발생하는 spin-orbit torque(SOT)는 강자성층의 자화 반전을 유도하거나 자구벽을 이동시킬 수 있다[5-10]. 스핀궤도결합(spin-orbit coupling)에 의해 charge current가 spin current로 전환되기 때문에 발생하는 SOT는 높은 응용 가능성[11]과 charge-spin conversion에 대한 원리적 이해[12,13]가 맞물리면서 지난 10년 동안 폭넓은 연구가 진행되어 왔다.

대부분의 지난 연구들은 SOT를 비자성층의 스핀 홀 효과 (spin Hall effect; SHE)에 기반하여 설명하여 왔다. Fig. 1에 정의된 좌표계에서 x 방향으로 charge current가 인가되면 비자성층의 SHE[14]에 의해 y 방향으로 분극된 spin current가 z 방향으로 흐른다. 이 spin current는 강자성층에 흡수되어 SOT를 만들어 낸다. 기존 스핀전달토크(spin-transfer torque) 이론[15]에 따르면, SOT는 입사된 스핀의 dephasing에

의해 발생하는 damping-like torque[DLT; $\tau_D \approx \hat{m} \times (\hat{m} \times \hat{y})$]와 입사된 스핀의 precession에 의해 발생하는 field-like torque [FLT; $\tau_F \approx (\hat{m} \times \hat{y})$]의 두 벡터 성분으로 구성된다(Fig. 1 참고). 이 중 DLT가 강자성층의 자화 반전을 유도하며[5], 특히 고밀도화에 유리한 수직자화의 경우 매우 빠른 자화 반전을 만들어내기 때문에[16,17], 지금까지의 연구들은 주로 DLT를 어떻게 키울 수 있는 지에 집중되어 왔다[18].

Spin diffusion 이론에 기반하여 비자성층의 SHE에 의해 발생하는 SOT를 기술하는 방식은 다음 세 가지 가정을 사용한다.

(i) Spin current는 비자성층의 SHE에 의해서만 발생한다.

(ii) 강자성층의 스핀궤도결합 효과는 무시하고 따라서 강자성층 내에서 스핀 방향은 교환결합(exchange coupling)에 의해 완벽하게 자화 방향을 따른다.

(iii) (ii)와 비슷한 맥락으로 강자성층/비자성층 계면에서 스핀궤도결합 효과는 무시한다.

위의 세 가지 가정에 기반하여 비자성층 내의 spin diffusion과 계면의 magnetoelectronic circuit theory[19]를 결합하면, DLT와 FLT의 해석 식은 다음과 같이 유도된다[20].

$$\tau_D = \theta_{SH} \frac{(1 - \exp(-t/l_{sf}))^2}{1 + \exp(-2t/l_{sf})} \frac{|\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}|^2 + \text{Re}[\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}] \tanh^2(t/l_{sf})}{|\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}|^2 + 2\text{Re}[\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}] \tanh^2(t/l_{sf}) + \tanh^4(t/l_{sf})} \quad (10)$$

$$\tau_F = \theta_{SH} \frac{(1 - \exp(-t/l_{sf}))^2}{1 + \exp(-2t/l_{sf})} \frac{\text{Im}[\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}] \tanh^2(t/l_{sf})}{|\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}|^2 + 2\text{Re}[\tilde{G}^{\uparrow\downarrow}] \tanh^2(t/l_{sf}) + \tanh^4(t/l_{sf})} \quad (11)$$

이때, $\theta_{SH} = \sigma_{SH}/\sigma$ 는 비자성층의 spin Hall angle, σ_{SH} 는 비자성층의 spin Hall conductivity, σ 는 비자성층의 charge conductivity, t 는 비자성층 두께, l_{sf} 는 비자성층 spin diffusion length, $\tilde{G}^{\uparrow\downarrow} = G^{\uparrow\downarrow} 2l_{sf} \tanh(t/l_{sf})/\sigma$, $G^{\uparrow\downarrow}$ 는 spin-mixing conductance[19]이다. 식(10)과 (11)이 기본적으로 exponential 함수의 형태로 기술되는 이유는 spin diffusion 이론의 일반 해가 exponential 함수이기 때문이다[식(8)].

이들 해석 식에 기반하여, 비자성층 두께 t 를 변화시키며 관련 물리량을 측정하고 분석하면 l_{sf} 를 결정할 수 있다. 예를 들어 비자성층으로 Pt를 사용한 경우, 이러한 분석을 통해 얻어진 l_{sf} 는 대략 1~2 nm 수준으로 매우 짧았다[21-23]. 이는 Pt의 mean free path ~ 23 nm[24]에 비해 훨씬 작은 수치로, spin diffusion 이론을 유도할 때 사용했던 두번째 가정 ($\lambda_s \ll l_{sf}$)이 성립되지 않는다. 더불어 z 방향으로 적층된 강자성층/비자성층 구조는 전기장 방향(x)을 중심으로 cylindrical symmetry가 만족되지 않으므로, spin diffusion 이론을 유도할 때 사용했던 첫번째 가정 역시 성립하지 않는다. 따라서, spin diffusion 이론을 유도할 때 사용했던 두 가지 핵심적인 가정이 모두 성립하지 않는 상황에서, 이 이론을 적용하여 도

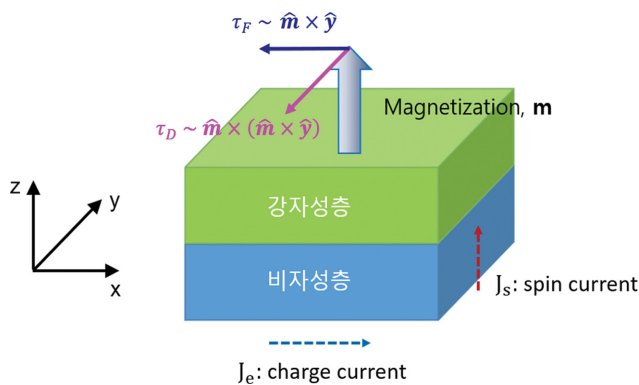


Fig. 1. (color online) The schematic describes a magnetic bilayer with an in-plane charge current (blue line). A transverse spin current (red line), which results from the spin Hall effect of the nonmagnetic layer, generates spin-orbit torques in the ferromagnetic layer. Two components of spin-orbit torque, the damping like torque τ_D and the field like torque τ_F , are also shown.

출된 1~2 nm 수준의 짧은 길이가 Pt의 spin diffusion length가 맞는 지에 대한 질문이 가능하다.

이 문제와 관련하여 Wang 등[25]은 NiFe/Pt에 대한 3차원 제일원리 계산을 통해, 계면에서 spin Hall current가 매우 크게 증가하며 계면 효과가 두드러지게 나타나는 길이가 1~2 nm 임을 보였다. 또한 Wang 등[26]은 동일한 계산을 통해 Pt의 spin diffusion length는 5.6 nm 정도로 계면 효과가 나타나는 길이(1~2 nm)와 다르다는 것을 보였다. 비슷한 맥락으로 Rashba 스핀궤도결합[27]을 이용하여 계면 효과를 고려한 3차원 BTE 계산[20,27,28]과 자유전자 계산[29]에서도 이론적으로 계면 스핀궤도결합 효과가 강자성층/비자성층 내의 spin transport와 SOT에 미치는 영향이 매우 크다는 사실을 밝혔다.

계면 스핀궤도결합 효과의 중요성을 검증한 다양한 실험결과 역시 존재한다. Qiu 등[30]은 CoFeB/Pt 구조에서 CoFeB를 산화시켰을 때 SOT의 부호가 바뀔 것을 보고하였다. 이 결과는 Pt의 SHE가 유일한 spin current source가 아님을 의미한다. Tang 등[31]은 계면 스핀궤도결합이 고려된 이론식[32]에 근거하여 실험결과를 분석하여 Pt의 spin diffusion length가 8 nm로, 계면 효과를 고려하지 않은 spin diffusion 이론에 의해 도출된 1~2 nm 보다 훨씬 길다고 보고하였다. Baek 등[33]은 계면 스핀궤도결합 효과가 기존 SOT의 DLT, FLT 이외에 새로운 spin polarization을 만들어 냄을 실험적으로 증명하였고, Lee 등[34]은 이러한 새로운 spin polarization이 수직 자화를 갖는 SOT 메모리의 기록에너지를 현저히 낮출 수 있다는 이론 결과를 보고하였다.

이상의 결과들은 비자성층의 SHE에 의해 SOT를 기술하는 방식에서 사용한 세 가지 가정들이 실제 상황을 반영하고 있지 못함을 의미한다. 더불어 강자성층/비자성층 구조에 면내 전류를 흘리는 상황에서는 CPP GMR을 설명하기 위해 개발된 spin diffusion equation의 두 가지 가정들이 모두 성립하지 않기 때문에, 계면 스핀궤도결합 효과를 고려한 3차원 이론 및 수치계산을 통해 실험결과를 이해할 필요가 있다는 것을 의미한다. 계면 스핀궤도결합이 SOT에 미치는 영향에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌[35,36]에서 자세히 다루었기 때문에, 본 총설 논문에서는 그 구체적인 내용을 다루지 않는다.

IV. 결 론

본 총설 논문에서는 spin diffusion equation의 유도 과정을 소개하고, 이때 사용된 두 가지 주요 가정[(1) 전기장 방향을 중심으로 cylindrical symmetry가 유지되는 구조, (2) mean free path가 spin diffusion length에 비해 훨씬 긴 물

질]이 성립되는 경우에 spin diffusion equation을 적용할 수 있음을 설명하였다. 이러한 두 가지 가정이 성립하지 않는 대표적인 예로, 강자성층/비자성층 구조에 면내 전류가 걸렸을 때 발생하는 SOT 문제를 다루었다. SOT 관련 실험결과를 spin diffusion equation을 이용하여 해석할 때 발생하는 문제점을 소개했고, 이러한 문제점이 계면 스핀궤도결합과 3차원 spin transport의 영향 때문에 발생함을 설명하였다. 본 논문은 spin diffusion equation을 실험결과 해석에 적용할 때의 기준을 정립하는데 도움이 될 것으로 생각한다.

감사의 글

본 연구는 삼성전자의 산학협력과제의 일환으로 수행하였음[Theory and modeling of SOT].

References

- [1] T. Valet and A. Fert, Phys. Rev. B **48**, 7099 (1993).
- [2] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazel, Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988).
- [3] G. Binash, P. Grünberg, F. Saurenbach, and W. Zinn, Phys. Rev. B **39**, 4828 (1989).
- [4] J. Bass, J. Magn. Magn. Mater. **408**, 244 (2016).
- [5] I. M. Miron, K. Garello, G. Gaudin, P.-J. Zermatten, M. V. Costache, S. Auffret, S. Bandiera, B. Rodmacq, A. Schuhl, and P. Gambardella, Nature (London) **476**, 189 (2011).
- [6] L. Q. Liu, C.-F. Pai, Y. Li, H. W. Tseng, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, Science **336**, 555 (2012).
- [7] S. Emori, U. Bauer, S.-M. Ahn, E. Martinez, and G. S. D. Beach, Nat. Mater. **12**, 611 (2013).
- [8] K.-S. Ryu, L. Thomas, S.-H. Yang, and S. Parkin, Nat. Nanotechnol. **8**, 527 (2013).
- [9] S. Kim, D.-H. Kim, J.-S. Kim, K.-W. Moon, K.-S. Lee, S.-B. Choe, and K.-J. Kim, J. Korean Magn. Soc. **28**, 75 (2018).
- [10] S. Lee, J. Ryu, J.-G. Choi, J.-M. Kim, J. W. Lee, J.-Y. Park, J. Kang, and B.-G. Park, J. Korean Magn. Soc. **29**, 108 (2019).
- [11] S.-W. Lee and K.-J. Lee, Proc. IEEE **104**, 1831 (2016).
- [12] J. Sinova, S. O. Valenzuela, J. Wunderlich, C. H. Back, and T. Jungwirth, Rev. Mod. Phys. **87**, 1213 (2015).
- [13] D. Go and H.-W. Lee, J. Korean Magn. Soc. **27**, 185 (2017).
- [14] M. I. D'yakonov and V. I. Perel, JETP Lett. **13**, 467 (1971).
- [15] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. W. Bauer, Phys. Rev. Lett. **88**, 117601 (2002).
- [16] K.-S. Lee, S.-W. Lee, B.-C. Min, and K.-J. Lee, Appl. Phys. Lett. **102**, 112410 (2013).
- [17] K.-S. Lee, S.-W. Lee, B.-C. Min, and K.-J. Lee, Appl. Phys. Lett. **104**, 072413 (2014).
- [18] S.-J. Yun, J. Moon, H.-S. Whang, and S.-B. Choe, J. Korean Magn. Soc. **25**, 1 (2015).

- [19] A. Brataas, Y. V. Nazarov, and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2481 (2000).
- [20] P. M. Haney, H.-W. Lee, K.-J. Lee, A. Manchon, and M. D. Stiles, *Phys. Rev. B* **87**, 174411 (2013).
- [21] K. Kondou, H. Sukegawa, S. Mitani, K. Tsukagoshi, and S. Kasai, *Appl. Phys. Express* **5**, 073002 (2012).
- [22] W. Zhang, W. Han, X. Jiang, S.-H. Yang, and S. S. P. Parkin, *Nat. Phys.* **11**, 496 (2015).
- [23] M.-H. Nguyen, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 126601 (2016).
- [24] Q. G. Zhang, X. Zhang, B. Y. Cao, M. Fujii, K. Takahashi, and T. Ikuta, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 114102 (2006).
- [25] L. Wang, R. J. H. Wesselink, Y. Liu, Z. Yuan, K. Xia, and P. J. Kelly, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 196602 (2016).
- [26] Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, *JETP Lett.* **39**, 78 (1987).
- [27] V. P. Amin and M. D. Stiles, *Phys. Rev. B* **94**, 104419 (2016).
- [28] V. P. Amin and M. D. Stiles, *Phys. Rev. B* **94**, 104420 (2016).
- [29] K.-W. Kim, K.-J. Lee, J. Sinova, H.-W. Lee, and M. D. Stiles, *Phys. Rev. B* **96**, 104438 (2017).
- [30] X. Qiu, K. Narayanapillai, Y. Wu, P. Deorani, D.-H. Yang, W.-S. Noh, J.-H. Park, K.-J. Lee, H.-W. Lee, and H. Yang, *Nat. Nanotechnol.* **10**, 333 (2015).
- [31] X. Tao, B. Miao, R. Yu, Z. Feng, L. Sun, B. You, J. Du, K. Chen, S. Zhang, L. Zhang, Z. Yuan, D. Wu, and H. Ding, *Sci. Adv.* **4**, eaat1670 (2018).
- [32] K. Chen and S. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 126602 (2015).
- [33] S.-h. C. Baek, V. P. Amin, Y.-W. Oh, G. Go, S.-J. Lee, G.-H. Lee, K.-J. Kim, M. D. Stiles, B.-G. Park, and K.-J. Lee, *Nat. Mater.* **17**, 509 (2018).
- [34] D.-K. Lee and K.-J. Lee, *Sci. Rep.* **10**, 1772 (2020).
- [35] J. Ryu, S. Lee, K.-J. Lee, and B.-G. Park, *Adv. Mater.* 1907148 (2020).
- [36] H. C. Koo, S. B. Kim, H. Kim, T.-E. Park, J. W. Choi, K.-W. Kim, G. Go, J. H. Oh, D.-K. Lee, E.-S. Park, I.-S. Hong, and K.-J. Lee, *Adv. Mater.* in press (2020).