# Understanding Spin-orbit Torque, Anomalous Hall Effect, and Spin Hall Effect from the Gauge Transformation

#### Dongwook Go and Hyun-Woo Lee\*

Department of Physics, Pohang University of Science and Technology, Chungam-ro 77, Pohang 37673, Korea

(Received 28 September 2017, Received in final form 12 October 2017, Accepted 16 October 2017)

We present a concise method to understand electric field response of electrons in the presence of spin-momentum coupling for a general two-band model. When there is no impurity scattering, the electric field response is solely described by the change of electronic wavefunctions since the electronic occupation remains unchanged. We found that this can be neatly described by a unitary transformation, which depends on both momentum and spin. Thus, it gives rise to gauge structures for both position and spin operators, which allows one to understand spin-orbit torque and anomalous Hall effect as consequences of the spin and position gauge effects, and spin Hall effect as a combined consequence of the two. As an example, we present a result for a model system with both Rashba interaction and *s-d* exchange interaction, which is a commonly used model to describe a thin magnetic layer.

Keywords : gauge transformation, spin-orbit torque, anomalous Hall effect, spin Hall effect

# 게이지 변환을 이용한 스핀-궤도 돌림힘, 비정상 홀 효과, 그리고 스핀 홀 효과의 이해

## 고동욱 · 이현우\*

포항공과대학교 물리학과, 포항시 청암로 77, 37673

(2017년 9월 28일 받음, 2017년 10월 12일 최종수정본 받음, 2017년 10월 16일 게재확정)

이 논문에서 우리는 2.밴드 모델에 대해 라쉬바 상호작용과 같은 스핀-운동량 결합이 있을 때 나타나는 여러 효과들을 게이지 변환을 이용해 통합적으로 이해하는 방법을 소개한다. 불순물이 없을 때 외부에서 전기장을 걸어주면 전자의 분포함수의 변화는 없기 때문에 파동함수의 변화만 기술하면 되는데, 우리는 이 효과를 간단한 유니타리 변환으로 기술할 수 있다. 그런데 이 변환 은 운동량과 스핀에 의존하기 때문에 위치 연산자와 스핀 연산자는 자연스럽게 게이지 구조를 갖는다. 따라서 스핀-궤도 돌림힘 은 스핀 연산자의 게이지 효과로써, 비정상 홀 효과는 위치 연산자의 게이지 효과로 이해할 수 있고, 스핀 홀 효과는 두 게이지 효과가 함께 적용된 결과로 이해할 수 있다. 또한, 우리는 이 결과를, 자성체 박막의 성질을 기술할 때 흔히 사용되는 라쉬바 상 호작용과 *s-d* 교환 상호작용이 함께 있는 경우의 이론 모델에 적용한 결과를 소개한다.

주제어 : 게이지 변환, 스핀-궤도 돌림힘, 비정상 홀 효과, 스핀 홀 효과

#### I.서 론

최근 스핀트로닉스 연구 분야에서는 자성 나노구조에서 나 타나는 스핀-궤도 결합(spin-orbit coupling)의 효과에 대한 관 심이 커지고 있다[1]. 강자성체(ferromagnet)와 중금속(heavy metal)으로 이루어진 이중박막(bilayer) 구조에서는 중금속 원 자의 강한 스핀-궤도 결합으로 인해 전류를 흘려주는 것 만 으로 강자성체에 스핀 돌림힘(spin torque)을 가할 수 있다 [2]. 소위 스핀-궤도 돌림힘(spin-orbit torque)라고 알려진 이 현상의 물리적 원인에 대해서는 많은 논란이 있었지만, 대표 적인 메커니즘으로는 스핀 흘 효과(spin Hall effect)[3]와 라 쉬바-에텔슈타인 효과(Rashba-Edelstein effect)[4]가 알려져 있다. 이론적으로는 스핀-궤도 돌림힘의 원인을 크게 두가지 로 나눌 수 있는데, 하나는 외부 전기장으로 인해 전류 방향 으로 페르미-디락 분포함수(Fermi-Dirac distribution function)

<sup>©</sup> The Korean Magnetics Society. All rights reserved. \*Corresponding author: Tel: +82-54-279-2092, Fax: +82-54-279-3099, e-mail: hwl@postech.ac.kr

가 이동하는 효과이고, 다른 하나는 외부 전기장이 고체 내 전자의 파동함수를 변화시키는 효과이다[5]. 전자의 경우는 장 형태의(field-like), 후자의 경우는 감쇄 형태의(damping-like) 스핀-궤도 돌림힘을 주는 것으로 알려져 있다[5].

외부에서 전기장을 걸어준 실험 상황에 대한 이론적인 분석 은 많은 경우 볼츠만 방정식(Boltzmann equation)이 사용되는 데, 볼츠만 방정식은 페르미-디락 분포함수의 변화로 인한 효 과는 기술할 수 있지만 전기장으로 인해 전자의 파동 함수가 바뀌는 효과를 기술할 수 없다는 한계를 갖고 있다. 따라서 일반적으로 양자역학적 효과를 고려하기 위해서는 쿠보 공식 (Kubo formula)으로 알려진 선형반응이론(linear response theory)을 이용해야 한다. 그러나 선형반응이론을 이용한 접근 방식은 계산이 복잡하기 때문에 수식의 물리적인 의미를 놓쳐 버리기 쉽다는 문제가 있다. 따라서 자성 이중박막 구조에서 스핀-궤도 돌림힘, 비정상 홀 효과(anomalous Hall effect), 그 리고 스핀 홀 효과의 원인이 모두 스핀-궤도 결합에 있음에도 불구하고 지금까지 연구에서는 단순히 선형반응 공식을 적용 해 위 현상들을 개별적으로 다루고 있는 실정이다[6-8]. 뿐만 아니라 라쉬바 상호작용(Rashba interaction)이 있는 시스템에 서 스핀 흘 효과[7]와 감쇄 형태의 스핀-궤도 돌림힘[8] 모두 베리 위상(Berry phase)과 관계가 있다는 연구 결과가 있었지 만, 이 두 현상을 통합적으로 이해하지는 못하고 있다.

이 논문에서는 2-밴드 모델에 대해 라쉬바 상호작용과 같 은 스핀-운동량 결합(spin-momentum coupling)이 있을 때 나타나는 여러 효과들을 게이지 변환을 이용해 통합적으로 이 해하는 방법을 소개한다. 우리는 불순물에 의한 전자의 산란 이 일어나지 않는 경우를 다룰 것이고, 전자구조의 기하학적 인 효과에 의해 나타나는 고유 기여도(intrinsic contribution) 에 대해서만 논의를 국한한다. 2장에서는 서행섭동이론 (adiabatic perturbation theory)에서 출발해서 외부에서 걸어준 전기장이 전자의 파동함수를 어떻게 바꾸는지 기술하며 이를 통해 위치 연산자와 스핀 연산자에 대한 게이지 변환을 정의 한다. 3장에서는 2장에서 정의한 게이지 변환을 이용해 스핀-궤도 결합 효과의 대표적인 예시인 스핀-궤도 돌림힘, 비정상 홀 효과, 그리고 스핀 홀 효과를 기술한다. 특히, 자성체 박 막의 성질을 잘 기술할 때 많이 사용된, 라쉬바 상호작용과 s-d 교환 상호작용(s-d exchange interaction)이 함께 있는 경 우의 이론 모델을 적용한 결과를 소개한다.

### II. 방법: 서행섭동이론과 게이지 변환

라쉬바 상호작용과 같이 스핀-운동량 결합이 있을 때 전자 상태를 기술하는 일반적인 2-밴드 하밀토니안은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$H_0(\mathbf{k}) = \varepsilon_0(\mathbf{k}) + \mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \tag{1}$$

여기서  $\sigma$ 는 스핀 연산자이다. 이러한 형태의 하밀토니안은 다양한 시스템에서 등장한다. 예를 들어, GaAs와 같이 3차원 벌크에서 반전대칭성이 깨지면 드레셀하우스 상호작용 (Dresselhaus interaction)이 나타나는데, 이는  $d_x(\mathbf{k}) = \beta_D k_x$ ,  $d_y(\mathbf{k}) = -\beta_D k_y$ ,  $d_z(\mathbf{k}) = 0$ 와 같이 기술할 수 있다. 한편, 자성 체 박막과 같이 표면 및 계면으로 인해 반전대칭성이 깨지면 라쉬바 상호작용(Rashba interaction)이 나타나는데, 이는  $d_x(\mathbf{k}) = \alpha_R k_x$ ,  $d_z(\mathbf{k}) = 0$ 로 기술할 수 있다. 여기 서  $\beta_D$ 와  $\alpha_R$ 은 각각 드레셀하우스, 라쉬바 상수이다. 한편,  $\epsilon_0(\mathbf{k})$ 는 운동에너지에 해당하는데, 유효질량(effective mass) *m* 을 도입하면  $\epsilon_0(\mathbf{k}) = \hbar^2 k^2/2m$ 가 된다. 자성체에서는 d 오비탈 전자의 자기 모멘트와 *s* 오비탈 전자의 교환 상호작용이 존 재하는데, 이러한 *s*-*d* 교환 상호작용은  $d_x$ ,  $d_y$ ,  $d_z$ 에 각각  $JM_x$ ,  $JM_y$ ,  $JM_z$ 를 각 항에 더해줌으로서 기술할 수 있다.

식(1)의 에너지 고유값과 고유벡터를

$$H_0(\mathbf{k})|\pm;\mathbf{k}\rangle = [\varepsilon_0(\mathbf{k})\pm|\mathbf{d}(\mathbf{k})|]|\pm;\mathbf{k}\rangle \tag{2}$$

와 같이 정의하자. 외부 전기장 효과를 고려하기 위해서는 운 동량 k에 벡터포텐셜을 더해 k + (e/ħ)A(t)로 바꿔주면 된다. 외부 전기장을 따라 전자의 파동함수가 따라 변화하는 효과 를 기술하기 위해 시간 t=-∞부터 t=0까지 외부 전기장의 세기가 충분히 천천히 증가한다고 가정하자. 이는 벡터포텐셜 을 A(t)=-te<sup>A</sup>E와 같이 정의하고, 극소값 δ>0는 계산 마지 막에 0으로 가져가는 극한을 취하면 된다. 따라서 외부 전기 장이 있을 때 전자의 하밀토니안은

$$H(\mathbf{k}) = H_0(\mathbf{k} + \frac{e}{\hbar}A(t)) = H_0(\mathbf{k}) + H_1(\mathbf{k}, t)$$
(3)

가 된다. 여기서

$$H_1(\mathbf{k}, t) = \frac{e}{\hbar} t e^{\delta t} \mathbf{E} \cdot \nabla_k H_0(\mathbf{k})$$
(4)

는 외부 전기장의 효과로 우리는 이 항이 전자의 파동함수에 미치는 영향을 서행 섭동이론으로 1승 효과까지 계산할 것이다. 전기장이 걸리기 전  $t = -\infty$ 일 때 상호작용 묘사(interaction picture)에서 파동함수가  $|\psi_k(t = -\infty)\rangle$ 이라고 하면 t = 0일때 파동함수는  $|\psi_k(t = 0)\rangle^{(1)} = U(k)|\psi_k(t = -\infty)\rangle^{(1)}$ 가 된다. 여 기서

$$U(\mathbf{k}) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{0} dt H_{1}^{(I)}(t)$$
(5)

는 상호작용 묘사에서 전파인자(propagator)이고, (*I*)는 상호작 용 묘사를 의미한다. 다소 복잡하지만 식(5)를 계산하면 여러 항이 등장하는데, 그 중 측정하는 물리량(스핀, 전류 등)에 영 향을 주는 항만 남기면 아래와 같이 간단한 형태가 됨을 알 수 있다:

$$U(\mathbf{k}) = 1 - \frac{ie}{4} \frac{(\mathbf{E} \cdot \nabla_k) (\mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \sigma)}{|\mathbf{d}(\mathbf{k})|^2}.$$
 (6)

따라서  $H_0(\mathbf{k})$ 의 고유상태  $|\pm;\mathbf{k}\rangle$ 에 대해 [식(2)] 외부 전기장 의 1승 효과에 대해 물리량 (이의 변화는

$$\langle \delta \mathcal{O} \rangle = \sum_{s=\pm,k} f_s(\mathbf{k}) \delta \langle \mathcal{O}(\mathbf{k}) \rangle_s, \tag{7}$$

$$\delta \langle \mathcal{O}(\boldsymbol{k}) \rangle_{\pm} = \langle \pm ; \boldsymbol{k} \left[ U^{\dagger}(\boldsymbol{k}) \mathcal{O}(\boldsymbol{k}) U(\boldsymbol{k}) - \mathcal{O}(\boldsymbol{k}) \right] \pm ; \boldsymbol{k} \rangle$$
(8)

가 된다. 위 식에서 ƒ(k)는 고유상태 |s;k)에 대한 페르미-디 락 분포함수이다. 선형반응이론의 쿠보공식을 이용해서 외부 전기장에 대한 반응을 계산해보면 식(7)의 결과와 일치함을 보일 수 있다.

식(6)에서 정의된 유니타리 연산자는 k와 ơ에 의존하기 때 문에 위치 연산자와 스핀 연산자에 대해 게이지 구조를 준다. 즉, 위치 연산자는

$$\mathbf{r} \mapsto \mathbf{r} + \delta \mathbf{r}(\mathbf{k}), \ \delta \mathbf{r}(\mathbf{k}) = \frac{e}{4} \nabla_{\mathbf{k}} \left[ \frac{(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{k}})(\mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \sigma)}{|\mathbf{d}(\mathbf{k})|^2} \right]$$
(9)

와 같이 변환되고, 스핀 연산자는

$$\sigma \mapsto \sigma + \delta \sigma(\mathbf{k}), \ \delta \sigma(\mathbf{k}) = \frac{e^{(E \cdot \nabla_k)(d(\mathbf{k}) \times \sigma)}}{\left| d(\mathbf{k}) \right|^2} \tag{10}$$

와 같이 변환됨을 알 수 있다. 따라서 식(9) 및 (10)으로부터 위치 및 스핀 연산자의 변환규칙을 적용하면 외부 전기장을 걸어주었을 때 생기는 스핀 동역학 및 전도 현상을 비교적 간단히 기술할 수 있다.

# III. 결과: 스핀-궤도 돌림힘, 비정상 홀 효과, 스핀 홀 효과

먼저 스핀-궤도 돌림힘의 밀도는 자화 유닛벡터  $\hat{M}$ 에 대 해 식(9)로부터 아래와 같이 쉽게 계산할 수 있다:

$$\tau = \frac{J}{V} \hat{M} \times \langle \delta \sigma \rangle, \tag{11}$$

$$\langle \delta \sigma \rangle = \frac{e}{2} \sum_{k} [f_{+}(k) - f_{-}(k)] \frac{(E \cdot \nabla_{k})d(k)}{|d(k)|^{2}} \times \frac{d(k)}{|d(k)|}.$$
 (12)

위 식에서 1/는 시스템의 전체 부피이다. 참고로 식(11)과 (12) 에 등장하는 스핀-궤도 돌림힘은 감쇄 형태를 띄고, 운동량-자 화 공간에서 정의된 베리곡률과 관계있음이 알려져 있다[8]. 그 다음으로 비정상 홀 효과를 기술하기 위해 속도 연산자 의 변환을 알아보자. 외부 전기장 효과를 고려하기 위해 유 니타리 변환을 하게 되면 운동학적(kinematic) 위치 연산자  $\mathbf{R} = \mathbf{r} + \delta \mathbf{r} (\mathbf{k})$ 로부터 속도 연산자를 정의해야함에 유의하자. 속 도 연산자는 하이젠베르크 운동방정식(Heisenberg equation of motion)으로부터

$$\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\boldsymbol{R}, U^{\dagger}(\boldsymbol{k})H_{0}(\boldsymbol{k})U(\boldsymbol{k})]$$
(13)

와 같이 계산할 수 있다. 위 식을 이용하면 전기장의 1승 효 과에 대해서 속도 연산자의 변화는

$$\delta v = \frac{1}{i\hbar} [\delta \mathbf{r}(\mathbf{k}), \, \mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}] + \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{r}, \, \mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \delta \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k})] \tag{14}$$

이 됨을 알 수 있다. 식(14)에서 고유상태  $|\pm; \mathbf{k} \rangle$ 에 대한 기 대값을 취하면 첫번째 항은 사라짐을 알 수 있다. 그리고 두 번째 항에 대해서는 교환 관계(commutation relation)  $[r_{\alpha}, k_{\beta}] = i\delta_{\alpha\beta}$ 를 이용하면

$$\delta v = \frac{1}{\hbar} \nabla_{k} [d(k) \cdot \delta \sigma(k)]$$
(15)

이 된다. 따라서 흘 저항은  $\langle \delta j_{y} \rangle = \sigma_{H} E_{x}$ 와 같이 정의되는데, 전류밀도 함수는 식(7)과 (15)로 부터

$$\langle \delta \mathbf{j} \rangle = \frac{(-e)}{V} \langle \delta \mathbf{v} \rangle$$
$$= -\frac{e^2}{2V\hbar} \sum_{\mathbf{k}} [f_+(\mathbf{k}) - f_-(\mathbf{k})] \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{d_\alpha(\mathbf{k})}{|\mathbf{d}(\mathbf{k})|} \nabla_{\mathbf{k}} \left[ d_\beta(\mathbf{k}) \frac{(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{k}}) d_y(\mathbf{k})}{|\mathbf{d}(\mathbf{k})|^2} \right] (16)$$

이 됨을 알 수 있다. 식(16)의 피적분 함수는 다름 아닌 운 동량 공간에서 베리 곡률임을 확인할 수 있다[6].

스핀-궤도 돌림힘과 비정상 흘 효과가 각각 스핀과 위치연 산자의 게이지 변환으로부터 나왔다면, 스핀 흘 효과에는 이 두가지 게이지 변환이 함께 작용한다. 스핀 전류밀도 연산자 는 등급 2 텐서로

$$\int_{\alpha\beta}^{spin} = \frac{(-e)(\hbar/2)}{V} \{ \sigma_{\alpha} \, v_{\beta} \}$$
(17)

와 같이 정의된다. 외부 전기장이 있으면 스핀 전류밀도 연 산지는

$$\delta f_{\alpha\beta}^{spin} = -\frac{e\hbar}{2V} (\{\delta \sigma_{\alpha}, \nu_{\beta}\} + \{\sigma_{\alpha}, \delta \nu_{\beta}\})$$
(18)

와 같이 변환됨을 알 수 있다. 따라서 식(10)과 (15)를 이용 하면

$$\delta_{J_{\alpha\beta}}^{spin} = -\frac{e\hbar}{2V} \sum_{\mathbf{k}} [f_{+}(\mathbf{k}) + f_{-}(\mathbf{k})] \varepsilon_{\alpha\mu\nu} d_{\mu}(\mathbf{k}) \partial_{k_{\beta}} \left[ \frac{(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{k}}) d_{\nu}(\mathbf{k})}{|\mathbf{d}(\mathbf{k})|^{2}} \right] (19)$$

이 된다.

지금까지는 외부 전기장이 있을 때 스핀-궤도 돌림힘[식 (11), (12)], 비정상 홀 효과[식(16)], 그리고 스핀 홀 효과[식 (19)]가 어떻게 나타나는지 게이지 변환 방법을 이용해 소개 하였다. 이는 기존 쿠보 공식으로 잘 알려진 선형반응이론의 방법과 같은 결과를 주지만 계산이 더 간단하고 물리적인 의 미가 분명해진다는 장점이 있다. 즉, 스핀-궤도 돌림힘은 스 핀 연산자의 게이지 효과로서, 비정상 홀 효과는 위치연산자 의 게이지 효과로 등장하며, 스핀 홀 효과는 두가지 게이지 효과가 동시에 적용되는 것으로 이해할 수 있다.

이러한 효과들이 구체적으로 자성체 박막에서 어떻게 나타 나는지 조사하기 위해 라쉬바 상호작용과 *s-d* 교환 상호작용 이 함께 존재하는 시스템을 고려해 보자. 가장 간단하게는 2-밴드 모델로서 아래와 같이 하밀토니안을 쓸 수 있다:

$$H_0(\boldsymbol{k}) = \frac{\hbar^2 \boldsymbol{k}^2}{2m} + \alpha_R(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) + J \hat{\boldsymbol{M}} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$
(20)

따라서 식(20)은 식(1)에서  $d_x = JM_x + \alpha_R k_y$ ,  $d_y = JM_y + \alpha_R k_x$ ,  $d_z = JM_z$ 를 대입한 결과로 쉽게 이해할 수 있다. 외부 전기장 이 x-방향으로 작용한다고 가정하고, 이를 식(11), (16), (19) 에 대입하면

$$\tau = eE_x \alpha_R f^2 \hat{\boldsymbol{M}} \times (\hat{\boldsymbol{M}} \times \hat{\boldsymbol{y}}) [\frac{d^2 k}{(2\pi)^2} [f_+(\boldsymbol{k}) - f_-(\boldsymbol{k})] \frac{1}{2\Delta^2},$$
(21)

$$\langle \delta \mathbf{j} \rangle = \hat{\mathbf{y}} \frac{e^2}{\hbar} E_x \alpha_R^2 \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} [f_+(\mathbf{k}) - f_-(\mathbf{k})] \frac{JM_z}{2\Delta^3},$$
(22)

$$\langle \delta \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{M}}^{spin} \rangle = \hat{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{e} \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{x}} \alpha_{\boldsymbol{R}}^2 M_z [\frac{d^2 \boldsymbol{k}}{(2\pi)^2} [f_+(\boldsymbol{k}) + f_-(\boldsymbol{k})] \frac{\alpha_{\boldsymbol{R}}^2 \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{y}}^2}{2\Delta^4}$$
(23)

와 같은 결과를 얻는다. 위 식에서

$$\Delta = \sqrt{(JM_x + \alpha_R k_y)^2 + (JM_y - \alpha_R k_x)^2 + (JM_z)^2}$$
(24)

이다. 여기서 식(21)로부터 스핀-궤도 돌림힘은 감쇄 형태를 갖는다는 것을 확인할 수 있다. 그리고 식(22)는 비정상 홀 저항이 자화의 z-성분에 비례한다는 현상론과 잘 일치함을 확 인할 수 있다.

이 논문에서는 불순물이 없는 경우만 논의하였는데 이와 같 이 베리 위상으로 나타나는 고유 기여도는 불순물 때문에 전 자 산란이 일어나더라도 사라지지 않고 중요한 역할을 한다. 예를 들어, 긴 역사를 갖고 있는 비정상 홀 효과에서는 수 많은 이론 모델 및 실험을 통해 고유 기여도가 존재한다는 것을 확인하였다[6]. 특히, 스핀트로닉스 분야에서는 GaMnAs 에서 베리 곡률때문에 나타나는 반-감쇄 형태의 스핀-궤도 토 크가 측정되었다[8]. 라쉬바 모델에서 나타나는 스핀 홀 효과 에 대해서는 불순물 효과를 양자역학적으로 고려하면 스핀 홀 전도도가 0이 되는 등 많은 논란이 있었지만[9] 이는 라쉬바 모델의 특별한 성질 때문이었고, 보다 일반적인 밴드구조에서 는 스핀 홀 효과의 고유기여도가 중요하게 등장하는 것으로 밝혀졌다[10].

### IV. 결 론

이 논문에서 우리는 2.밴드 모델에 대해 라쉬바 상호작용 과 같은 스핀-운동량 결합이 있을 때 나타나는 여러 효과들 을 게이지 변환을 이용해 통합적으로 이해하는 방법을 소개 하였다. 불순물이 없을 때 외부에서 전기장을 걸어주면 전자 의 분포함수의 변화는 없기 때문에 파동함수의 변화만 기술 하면 되는데, 이 효과는 식(6)의 유니타리 변환으로 간단히 기술되었다. 그런데 이 변환은 운동량과 스핀에 의존하기 때 문에 위치 연산자와 스핀 연산자는 식(9), (10)과 같은 게이 지 구조를 갖는다. 따라서 스핀-궤도 돌림힘은 스핀 연산자의 게이지 효과로써, 비정상 흘 효과는 위치 연산자의 게이지 효 과로 이해할 수 있고, 스핀 흘 효과는 두 게이지 효과가 함 께 적용된 결과로 이해할 수 있다. 우리는 이 결과를 자성체 박막의 성질을 기술할 때 흔히 사용되는, 라쉬바 상호작용과 *s-d* 교환 상호작용이 함께 있는 경우의 이론 모델에 적용해 보았다.

### 감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재 단 글로벌 박사 펠로우십사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2014H1A2A1019219). 이 논문은 또한 삼성미래기술육 성재단의 지원을 받았음(No. BA1501-07).

#### References

- F. Hellman, A. Hoffmann, Y. Tserkovnyak, G. S. D. Beach, E. E. Fullerton, C. Leighton, A. H. MacDonald, D. C. Ralph, D. A. Arena, H. A. Durr, P. Fischer, J. Crollier, J. P. Heremans, T. Jungwirth, A. V. Kimel, B. Koopmans, I. N. Krivorotov, S. J. May, A. K. Petford-Long, J. M. Rondinelli, N. Samarth, I. K. Schuller, A. N. Slavin, M. D. Stilles, O. Tchernyshyov, A. Thiaville, and B. L. Zink, Rev. Mod. Phys. **89**, 025006 (2017).
- [2] K. Garello, I. M. Miron, C. O. Avci, F. Freimuth, Y. Mokrousov, S. Blugel, S. Auffret, O. Boulle, G. Gaudin, and P. Gambardella, Nat. Nanotechnol. 8, 587 (2013).
- [3] L. Liu, C.-F. Pai, Y. Li, H. W. Tseng, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, Science 336, 555 (2012).

≪연구논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society Vol. 27, No. 5, October 2017

- [4] I. M. Miron, K. Garello, G. Gaudin, P.-J. Zermatten, M. V. Costache, S. Auffret, S. Bandiera, B. Rodmacq, A. Schuhl, and P. Gambardella, Nature 476, 189 (2011).
- [5] K.-S. Lee, D. Go, A. Manchon, P. M. Haney, M. D. Stiles, H.-W. Lee, and K.-J. Lee, Phys. Rev. B 91, 144401 (2015).
- [6] N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A. H. MacDonald, and N. P. Ong, Rev. Mod. Phys. 82, 1539 (2010).
- [7] J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. 92, 126603 (2004).
- [8] H. Kurebayashi, J. Sinova, D. Fang, A. C. Irvine, T. D. Skinner, J. Wunderlich, V. Novak, R. P. Campion, B. L. Gallagher, E. K. Vehstedt, L. P. Zarbo, K. Vyborny, A. J. Ferguson, and T. Jungwirth, Nat. Nanotechnol. 9, 211 (2014).
- [9] J. Inoue, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, Phys. Rev. B 70, 041303(R) (2004).
- [10] J. Sinova, S. Murakami, S.-Q. Shen, and M.-S. Choi, Solid State Commun. 138, 214 (2006).