

M-B 변수를 이용한 Preisach 모델링의 수렴성 향상에 관한 연구

원혁* · 박관수

부산대학교 전기공학과, 부산시 금정구 장전2동, 609-735

양창섭 · 정현주

국방과학 연구소 6 기술연구본부, 경남 창원 우체국 사서함 126호, 645-600

(2010년 11월 26일 받음, 2011년 2월 9일 최종수정본 받음, 2011년 2월 14일 게재확정)

강자성체를 정밀해석하기 위해서는 포화자화 현상과 히스테리시스 현상을 모두 고려해 주어야만 한다. Preisach 모델링은 변화율이 심한 히스테리시스 현상을 매우 잘 표현해 낼 수 있는 수치모사 방법이다. 하지만 정자기 유한요소법과 Preisach 모델링을 사용한 자화해석 반복 과정에서 수렴성이 떨어진다는 큰 문제점을 가지고 있다. 특히 자화율의 기울기가 급격히 변화할 경우 수렴에 많은 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점은 일반적인 M-H 변수를 사용하지 않고, M-B 변수를 사용하면 해결할 수 있다. 본 논문에서는 일반적인 M-H를 이용한 Preisach 모델링의 평면 분포로부터 M-H 변수를 M-B 변수화 시키는 방법을 제안하고 있고, 2차원 정자기 유한요소법과 M-H, M-B 변수를 이용한 Preisach 모델링을 비교 분석하여 Preisach 모델링의 수렴성 문제를 해결하는 방법에 대해 기술하였다.

주제어 : Preisach 모델링, M-H 곡선, M-B 곡선, 반복 수렴성

I. 서 론

자성체는 물질의 자기적 특성에 따라 상자성(paramagnetic), 반자성(diamagnetic) 그리고 강자성(ferromagnetic)으로 나누어진다[1]. 특히 자기적 성질이 강한 강자성체는 현시점에서 광범위하게 사용되고 있다. 강자성체를 정밀해석하기 위해서는 포화자화 현상과 히스테리시스 현상을 모두 고려해 주어야만 한다.

현재 강자성체의 자기 히스테리시스 현상을 해석할 수 있는 보편적인 방법은 마이크로마그네틱스 모델(micromagnetics model)[2], Stoner-Wohlfarth 모델[3] 그리고 Preisach 모델[4]이 있다. 세 모델링은 그 장·단점에 따라 미소체적을 가진 모델에서는 마이크로마그네틱스 모델을 단자구의 회전을 표현할 경우 Stoner-Wohlfarth 모델을 그리고 자기이력 현상을 고려해야 할 경우 Preisach 모델을 사용하는 방법으로 이용된다. 특히 큰 체적을 가지는 전기기기 시스템의 자기이력 현상을 고려할 경우 Preisach 모델링을 사용한다.

Preisach 모델링은 히스테리시스 현상에 대한 본질적이고 이론적인 접근을 지양하고 나타나는 현상적인 양들을 데이터로 처리하는 수치기법으로 실측곡선으로부터 각 자성체의 입자 상호간의 작용과 자기입자들의 보자력의 밀도 분포(density distribution)를 입력데이터로 한 후, 자기이력을 고려해 주기 위하여 입력의 변천과정을 기억시켜 처리하는 방법이다. 자성

체의 히스테리시스 특성을 가장 잘 모사할 수 있으나 일반적인 M-H 변수를 사용한 모델링의 경우 반복해석 과정에서 수렴하지 않는 경우가 빈번히 발생 된다[5-7].

본 논문에서는 일반적인 M-H 변수를 사용하는 Preisach 모델의 수렴성을 향상시키기 위하여, M-B 변수법을 이용하였다. 제안된 M-B 변수 Preisach 모델링 방법은 가우스 함수를 사용하여 생성된 M-H Preisach 밀도 분포를 M-H 곡선으로 변환하고, 이를 다시 M-B 곡선으로 변환 방법을 이용하게 된다. 제안된 모델링 방법의 검증에 위해, 본 논문에서는 일반적인 Preisach 모델링 방법과 제안된 2가지 모델링 방법을 세 모델을 각각 2차원 정자기 유한요소법과 결합하여 해석한 후 그 결과를 비교하여 제시하였다. 또한 본 논문에서는 M-H 평면으로부터 M-H 곡선을 생성하는 방법과 이를 다시 M-B 곡선으로 변화하는 방법을 제안하였다.

II. M-B 변수법에 대한 소개

본 장에서는 먼저 일반적인 M-H 변수를 이용한 Preisach 모델에 대하여 간단히 설명한 후, 새로이 제안된 M-B 변수를 이용한 Preisach 모델링 방법을 기술하기로 한다.

1. M-H 변수를 이용한 Preisach 모델링

일반적인 Preisach 모델링은 M-H 변수를 사용하며, 자기입자간의 상호관계를 이용하여 Preisach 평면을 정의하여 사용한다. 밀도분포를 구하는 방법은 실측곡선으로부터 구간 제적

*Tel: (051) 510-2788, E-mail: gspark@pusan.ac.kr

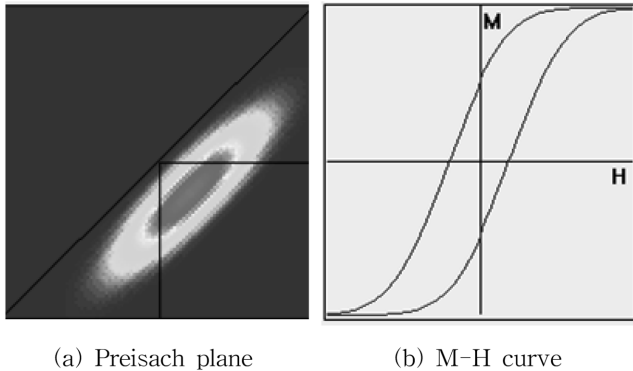


Fig. 1. Normal Preisach model with M-H variable.

에 따라서 그 영역의 밀도 값을 Preisach 평면에 적용하는 방법을 사용한다. 하지만 이 같은 방법으로 밀도분포를 구하는 것은 Preisach 평면의 격자가 세분화 될수록 힘들어 지게 되며, 또한 보간 하는 방법에 따라서 밀도분포가 매끄럽지 못할 경우 반복계산 시 수렴이 되지 않는 문제를 발생시킬 수 있다.

입자들의 상호작용에 따른 밀도분포는 일반적으로 Gauss 형태로 분포하므로, 본 논문에서는 Gauss 함수를 이용하여 밀도분포를 생성하는 방법을 이용한다. Fig. 1의 (a)는 Gauss 함수를 이용하여 생성된 Preisach 평면이고, Fig. 1의 (b)는 정의된 평면으로부터 얻어진 M-H 곡선을 나타낸 것이다.

일반적인 M-H 변수를 이용하여 자성재료가 포함된 시스템의 히스테리시스 모델링을 할 경우 입력된 자계의 세기 H에 의해서 변화되는 자화량 M의 변화가 보자력 근방에서 급격하게 변화하기 때문에 수치해석상 불안정한 요소를 가지게 되고, 이로 인해서 반복계산 시에 수렴이 되지 않는 경우들이 빈번히 발생하게 된다.

2. M-H 곡선과 M-B 곡선

C.G.S 단위계에서 포화자속 밀도 B와 자계의 세기 H, 그리고 자화량 M의 관계는

$$B = H + M \tag{1}$$

의 식이 성립하며, 자화량 M과 자계의 세기 H는 자화율 χ 에 의해

$$M = \chi H \tag{2}$$

의 관계를 가진다. 이 경우 세 변수의 조합에 따라 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{M}{H} = \chi$$

$$\frac{B}{H} = 1 + \chi \tag{3}$$

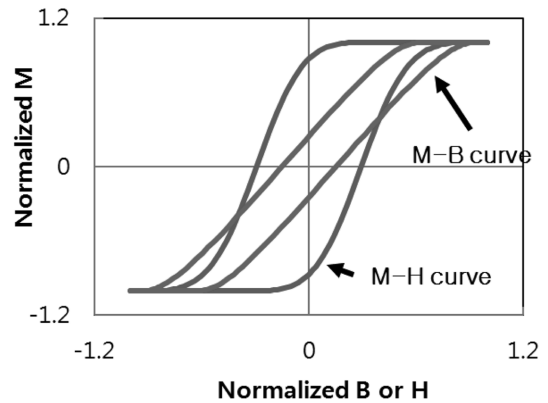


Fig. 2. The comparison of M-H and M-B major loops.

$$\frac{M}{B} = \frac{\chi}{1 + \chi}$$

즉, χ 의 값이 무한대로 커지면 M-H 또는 B-H 변수 시스템의 응답은 무한대로 커지지만 M-B 변수 시스템에서는 응답이 1이 됨을 알 수 있다.

Fig. 2는 M-H를 변수로 사용할 경우의 메이저 루프와 M-B를 변수로 사용할 경우의 메이저 루프를 비교하여 표현한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 M-B 곡선은 M-H 곡선에 비해서 전 영역에서 기울기의 변화량이 적으므로, M-B 변수를 이용할 경우 해의 수렴성을 향상시킬 수 있다.

3. M-B 변수를 이용한 Preisach 모델

앞서 살펴본 바와 같이 M-H 변수를 M-B 변수화 할 경우 수치 계산의 안정성을 향상시킬 수 있다. 하지만 M-H 변수를 사용할 경우 입자들의 상호작용에 따른 밀도 분포는 일반적으로 Gauss 분포를 따르는 것으로 알려져 있지만 M-B 변수를 사용할 경우 전혀 다른 분포를 따르게 된다. M-B 변수를 이용할 경우 현재 가장 문제가 되는 점은 Preisach 평면의 밀도 분포를 정의하는 것이다.

M-H 밀도는 간단히 Gauss 분포를 이용하여 다양한 재질의 정확한 표현이 가능하다. 이를 M-B 밀도 분포로 변환할 수 있는 방법이 있다면 수렴성 향상 및 재질 특성에 대한 고려 문제를 모두 해결 할 수 있게 된다. 본 논문에서는 M-H 밀도를 직접적으로 M-B 밀도로 변환하는 방법을 사용하지 않고, M-H 밀도로부터 M-H 곡선을 정의한 후 이를 간단히 식 (1)을 이용하여 M-B 곡선으로 변환한 후 이를 이용해서 반복 계산하는 방법을 사용하였다.

본 논문에서 제안하는 방법은 Fig. 3과 같은 방법이다. Preisach 모델링의 한 셀에서 반복 계산 시 사용되는 M-H 곡선은 Fig. 3의 (a)에서와 같이 현재 자화 포인트 P를 기점을 중심으로 외부 자계 H의 입력 증가 H'와 감소 H에 따

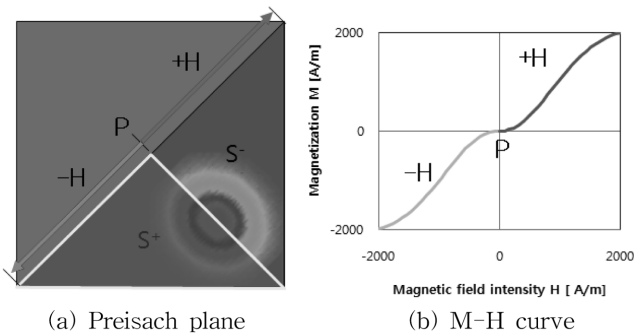


Fig. 3. Initial tracing curve define.

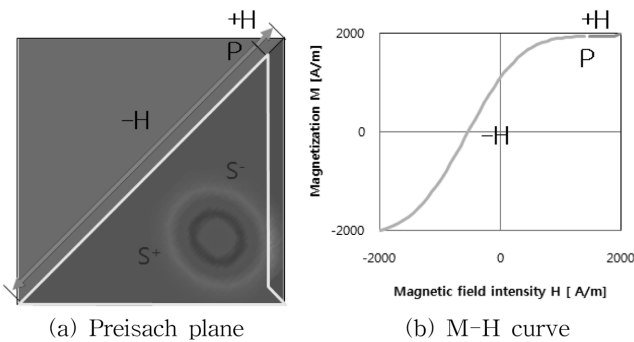


Fig. 4. Next tracing curve define.

라 Fig. 3의 (b)와 같이 단 한 개만이 정의된다. 따라서 궤적이 남지 않는 반복 계산 시 각 셀에 사용되는 M-H 곡선은 1:1로 대응되므로 반복계산 초기에 단 한번만 정의하여 사용할 수 있다. 이 방법은 히스테리시스 현상을 계산하는 셀의 수만큼의 메모리 증가와 초기 계산 시간이 요구되어지지만 반복계산 시에는 입력 자계의 세기 H에 따른 자화량 M의 변화를 정의된 곡선으로부터 신속하게 계산할 수 있게 되는 이점이 있다.

한 번의 반복 계산에서 수렴이 이루어지면 궤적의 포인트 P는 Fig. 4의 (a)와 같이 변화하게 되고, 새로운 포인트 P를 중심으로 현재의 외부 자계 H의 입력 증가 H와 감소 H에 따른 M-H 곡선의 변화는 Fig. 4의 (b)와 같이 예측할 수 있다. 본 논문에서는 이와 같은 방법을 예측 M-H 곡선 Preisach 모델(estimated M-H curve Preisach model)이라고 부른다.

예측 M-H 곡선 Preisach 모델에서 얻어진 예측 M-H 곡선은 식 (1)에 의해서 간단히 M-B 곡선으로 변환 시키는 것이 가능하다. Fig. 5는 한 셀에서 반복수렴 시의 예측된 M-H 곡선을 M-B 곡선으로 변화 시킨 그래프를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 알 수 있듯 기울기의 변화는 M-H 곡선에 비해 M-B 곡선의 변화가 적다는 것을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 방법을 이용한다면 M-H 변수를 생성된 Preisach 평면

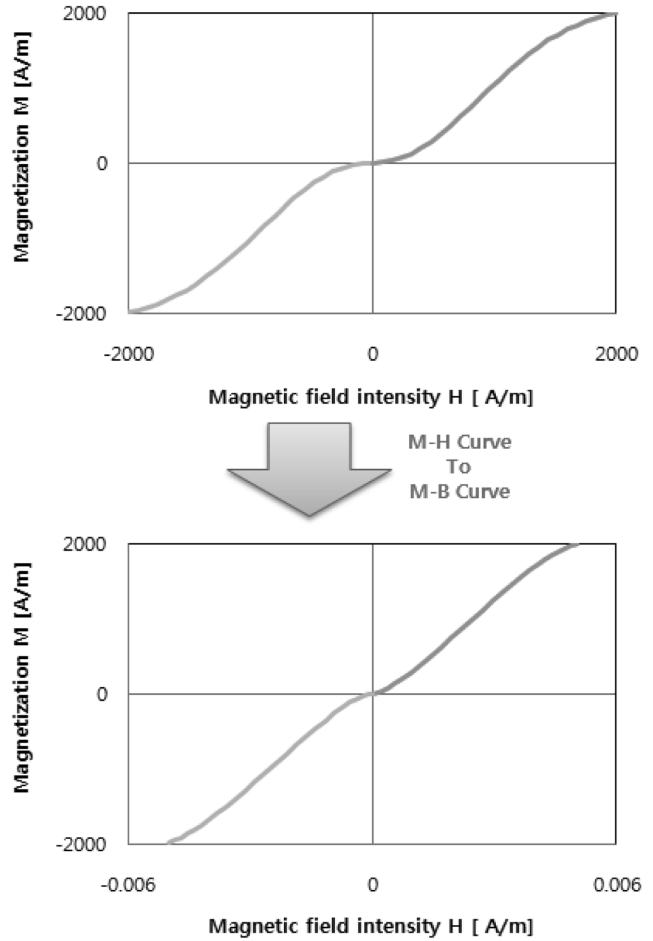


Fig. 5. Conversion method of M-H curve to M-B curve.

밀도로부터 M-B 변수를 이용한 Preisach 모델 해석 기법에 간단히 적용할 수 있고, 수렴 문제를 해결할 수 있게 된다. 본 논문에서는 이러한 방법을 예측 M-B 곡선 Preisach 모델(estimated M-B curve Preisach model)이라고 부른다.

4. 예측 M-B 곡선 Preisach 모델의 알고리즘

본 논문에서는 자성체의 히스테리시스 현상 해석을 하기 위하여 2차원 정자기 유한요소법과 일반적인 M-H Preisach 모델, 제안된 예측 M-H 곡선 Preisach 모델 그리고 제안된 M-B 곡선 Preisach 모델을 이용하였고, 그 결과를 비교하여 제시하였다.

자화량을 고려한 일반적인 정자기 유한요소법은 Maxwell 방정식과 그 보조방정식으로부터

$$\text{rot} \text{rot} A = J + \nu_r \text{rot} M \tag{4}$$

와 같이 된다. 이 식에서 자기저항을 (reluctivity) ν 는 투자율 (permeability) μ 와의 관계에 의해서 $\nu = 1/\mu$ 이고, μ 는 자유공간 투자율 μ_0 와 비투자율 μ_r 의 관계에 의해 $\mu = \mu_0 \mu_r$ 이다. 따

라서 $v_r = 1/\mu_r$ 되고, 다시 $\mu_r = 1 + \chi$ 이다. 여기서 수정된 자화량 M 은 자기백터포텐셜 A 로부터 얻어진 자속 밀도 B 와 자화량 M 으로부터 구해진 자계의 세기 H 로부터 다음과 같이 계산되어 진다. 식 (4)와 (5)를 이용해서 유한요소법에서 구해진 자계의 세기 H 혹은 자속 밀도 B 로부터 Preisach 모델을 이용하여 수정된 자화량을 구하고 다시 이를 유한 요소법에 적용하는 방법을 이용하여 반복 수렴의 과정을 이루게 된다.

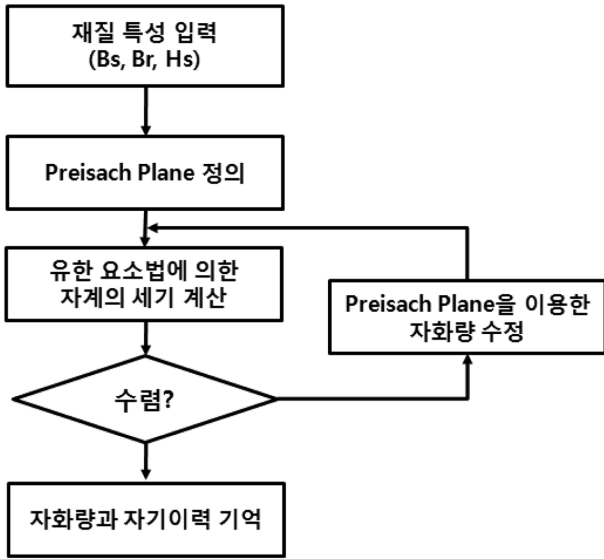


Fig. 6. Iterative procedure for evaluating the magnetization with normal Preisach model.

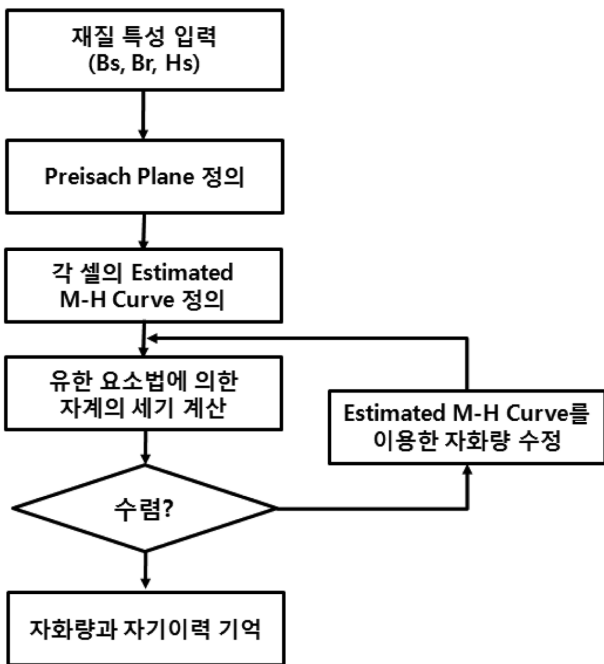


Fig. 7. Iterative procedure for evaluating the magnetization with estimated M-H curve Preisach model.

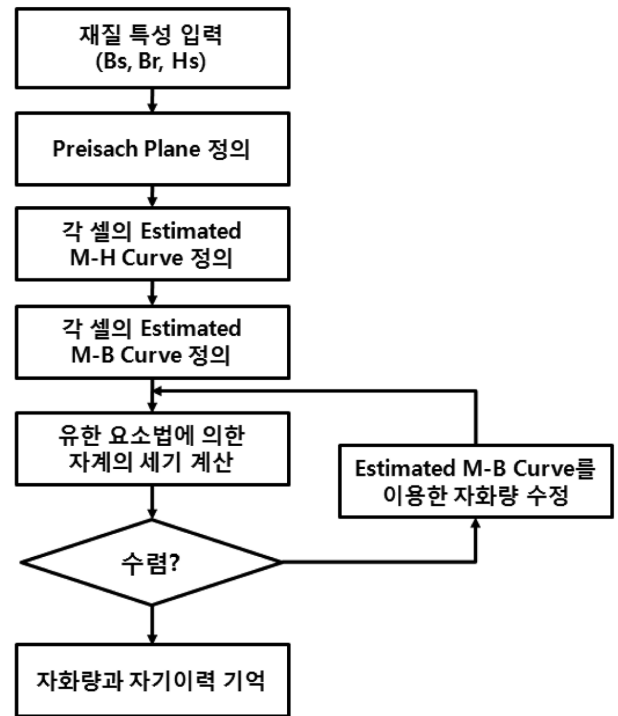


Fig. 8. Iterative procedure for evaluating the magnetization with estimated M-B curve Preisach model.

$$M' = \chi H + M$$

$$H = \nu B - \nu_r M \tag{5}$$

이와 같은 과정을 알고리즘화 한 것이 Fig. 6~8이다. Fig. 6은 일반적인 M-H 변수를 이용한 Preisach 모델링 방법을 알고리즘화 한 것이다. 이 모델링은 입력된 간단한 재질 특성으로부터 Gauss 함수를 이용하여 Preisach 평면의 밀도를 정의한 후 이를 정자기 유한요소법과 Preisach 모델에 반복 과정으로 히스테리시스 현상을 해석하게 된다.

Fig. 7은 제안된 예측 M-H 곡선 Preisach 모델의 알고리즘을 나타낸 것이다. 일반적인 Preisach 모델과 같이 간단한 Gauss 함수로 정의된 Preisach 평면으로부터 궤적을 남기기 위한 반복 수렴 시 각 셀의 M-H 곡선을 Preisach 밀도로부터 1:1로 예측하여 구하고 이를 이용하여 반복 수렴 과정을 실행한다. Fig. 8은 예측 M-B 곡선 Preisach 모델 기법의 알고리즘으로 예측 M-H 곡선 Preisach 모델 기법과 같은 방법을 사용하지만 생성된 M-H 곡선을 M-B 곡선으로 변환하여 반복 수렴의 과정을 실행한다.

III. 해석 모델 및 방법

본 논문에서는 Fig. 9의 (a)와 같은 모델을 이용하여 자성체의 히스테리시스 해석을 하였다. 자성체를 둘러싼 슬레노

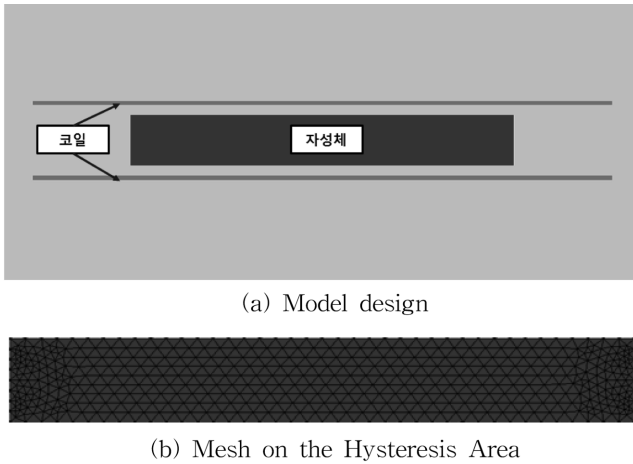


Fig. 9. Analysis Model.

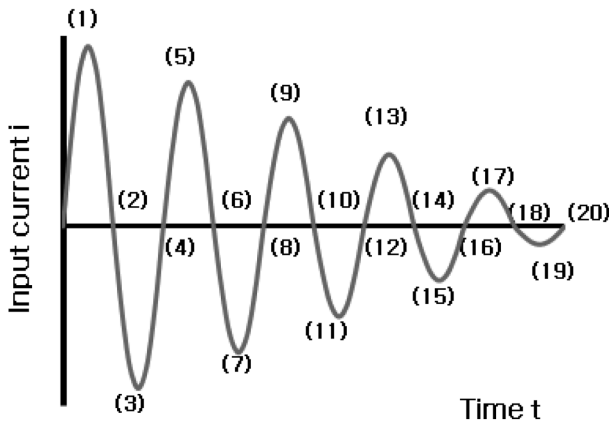


Fig. 10. Analysis protocol.

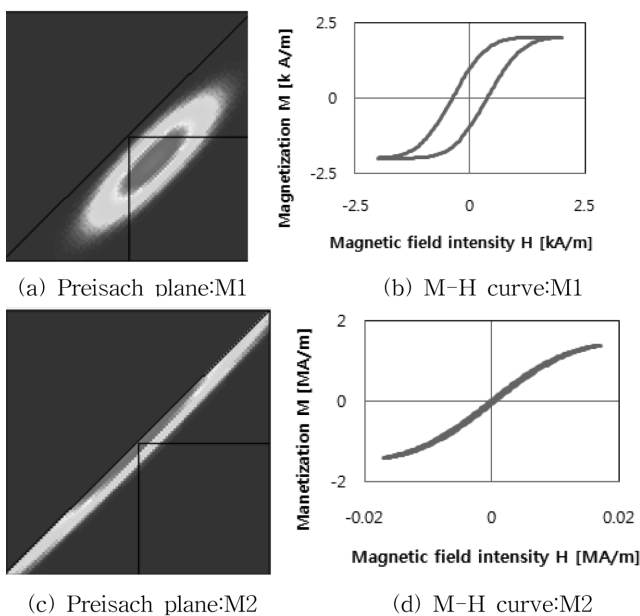


Fig. 11. Preisach plane and M-H curve in using analysis.

이드 형태의 코일을 배치하여 Fig. 10과 같은 입력 파형의 변화를 주는 방법으로 자성체 내부에 일어나는 히스테리시스 현상에 대한 해석을 하였다. Fig. 9의 (b)는 자성체 내부의 요소망을 나타낸 것으로 총 922개의 영역으로 나누어져 있다.

해석을 위한 재질 특성은 Fig. 11에 나타내었다. Fig. 11의 (a)는 M1 재질 특성으로 포화 자화량 M_s 는 2,000[A/m]이고, 보자력은 H_c 는 380[A/m]로 세 모델링 기법의 결과를 비교하기 위해서 수렴성이 좋은 재질 특성을 반영한 것으로, 재질의 M-H 메이저 곡선은 Fig. 11의 (b)와 같다. Fig. 11의 (c)는 일반적인 SM45C의 재질을 표현한 것으로, M_s 는 1,396,367[A/m]이고, 보자력은 H_c 는 480[A/m]로 입력 자계의 세기 H 에 대한 자화량 M 의 변화율이 매우 큰 재료로, 그 재질의 M-H 메이저 곡선을 표현한 것이 Fig. 11의 (d)이다.

IV. 결과 및 토의

본 장에서는 각 히스테리시스 모델의 수렴성을 검증하기 위하여 앞서 설명한 모델에 두 재질 특성을 이용하여 각각 모델링을 하였고 그 결과를 비교 검토하여 분석 제시하였다.

1. M1 재질 특성을 이용한 히스테리시스 모델링 결과 비교

세 모델링 기법에 대한 결과를 검증하기 위해서 수렴성이 좋은 재질 모델인, Fig. 11의 (a), (b)에 나타낸 M1 재질 특성을 이용하여 히스테리시스 모델링을 하였다. 외부에서 인가 되는 자계의 세기의 변화는 Fig. 10에 나타낸 것과 같이 솔레노이드 코일에 전류를 주지 않은 데드타임(dead time)을 포함하여 총 20 스텝의 변화를 주었다.

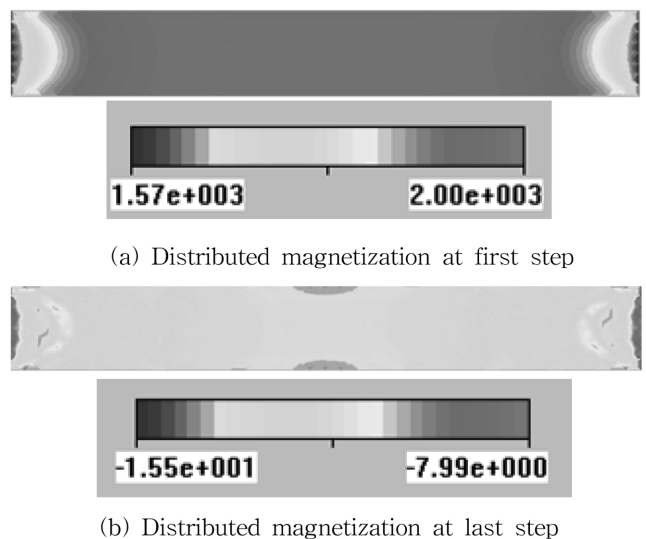


Fig. 12. Analysis results with normal M-H Preisach model by using M1 material.

Fig. 12는 일반적인 M-H 변수를 사용한 Preisach 모델링의 결과를 나타낸 것이다. Fig. 12의 (a)는 첫 입력에서 수렴된 자화 분포의 결과를 나타낸 것이다. 자화량 M 의 값은 최대 2,000[A/m]부터 최소 1,570[A/m]까지이다. Fig. 12의 (b)는 마지막 과정에서 수렴된 자화 분포의 결과를 나타낸 것으로 자화량 M 의 값은 최대 15.5[A/m]부터 최소 7.99[A/m]까지이다. Fig. 13은 같은 조건에서 제안된 예측 M-H 곡선 Preisach 모델링을 사용하여 얻은 결과를 나타낸 것이다. Fig. 13의 (a)는 최초 스텝 수렴 후 자화량 분포로 Fig. 12의 (a)와 매우 유사하면 값 또한 최대 2,000[A/m], 최소 1,570[A/m]로 동일한 값을 보인다. Fig. 13의 (b) 역시 Fig. 12의 (b)와 유사한 분포를 보이며, 값 또한 최대 19.9[A/m], 최소

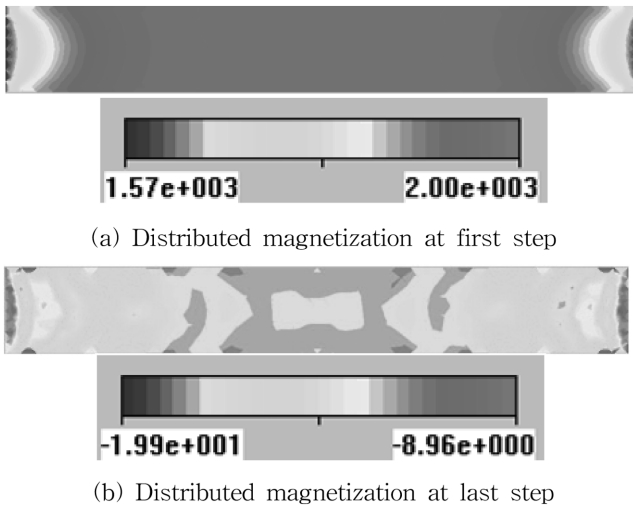


Fig. 13. Analysis results with estimated M-H curve Preisach model by using M1 material.

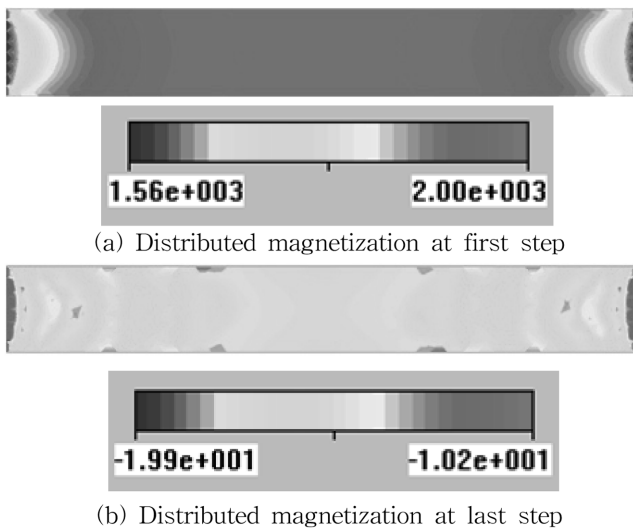
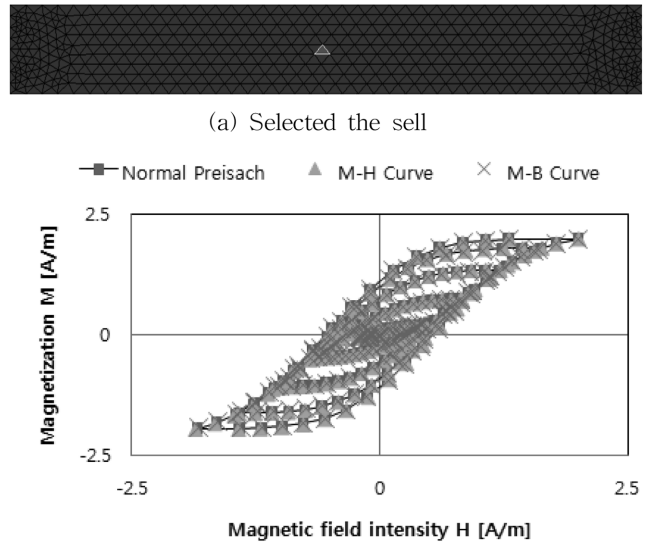


Fig. 14. Analysis results with estimated M-B curve Preisach model by using M1 material.



(b) hysteresis curve by complex input

Fig. 15. Comparison hysteresis curve at the selected point.

8.96[A/m]로 매우 유사한 결과를 보인다. 마지막으로 Fig. 14는 제안된 예측 M-B 곡선 Preisach 모델로 동일한 조건에서 해석한 결과이다. Fig. 14의 (a) 역시 Fig. 12와 13의 (a)와 유사한 분포를 보이며, 값 또한 최대 2,000[A/m], 최소 1,560[A/m]로 매우 유사한 결과를 보인다. 마지막 스텝인 Fig. 14의 (b) 역시 앞의 두 모델과 유사한 결과를 보이며, 값 또한 최대 19.9 [A/m], 최소 10.2 [A/m]로 매우 유사하다.

이상의 결과로부터 세 모델링은 동일한 조건에서 사용이 가능하다는 결론을 얻을 수 있다. 특히 제안된 M-B 곡선을 이용하는 방법은 동일한 조건에서 수렴성을 향상시킬 수 있다는 큰 장점을 가진다.

Fig. 15는 한 셀을 선택하여 세 모델에서 발생한 자기이력을 비교해 놓은 것이다. Fig. 15의 (a)는 자성체에서 자기이력을 보고자 하는 셀을 선택한 것이고, 여기서 발생하는 자기이력을 표시하여 비교해 놓은 그래프가 Fig. 15의 (b)이다. 결과에서 예상한 것과 같이 세 모델은 매우 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

2. M2 재질 특성을 이용한 히스테리시스 모델링 결과 비교

M2 재질 특성은 Fig. 11에 나타난 것과 같이 M1 재질에 비해 외부 자계 H 의해서 변화되는 자화량 M 의 변화량이 매우 크다. 따라서 M1 재질과 비교할 때 수렴에 있어서 매우 불안한 요소를 가지고 있다고 할 수 있다.

예상한 것과 같이 M-H 변수를 사용한 Preisach 모델 방법에서는 수렴이 되지 않았다. Fig. 16은 해석 프로그램에서 130번의 반복을 넘어서도 수렴이 되지 않는 것을 알 수 있다. 또한 에러율도 거의 변화되지 않아 앞으로도 수렴이 되지 않

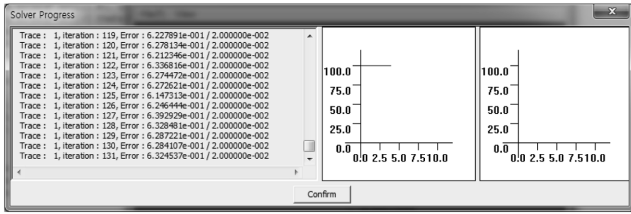
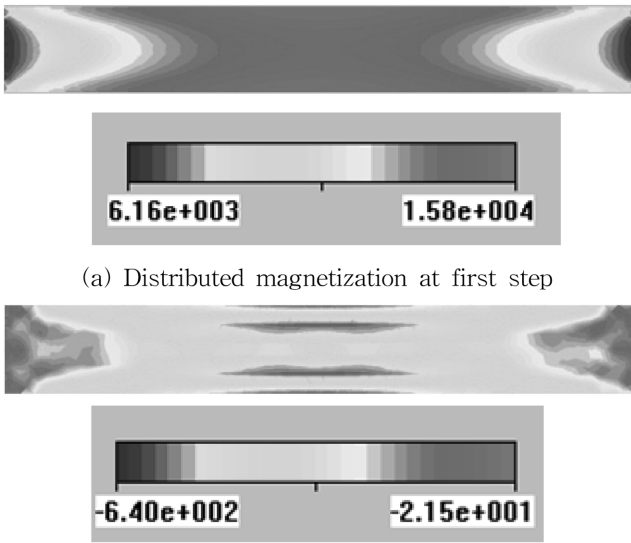


Fig. 16. Non-convergence iteration with M-H variable Preisach model.



(a) Distributed magnetization at first step

(b) Distributed magnetization at last step

Fig. 17. Analysis results with estimated M-B curve Preisach model by using M2 material.

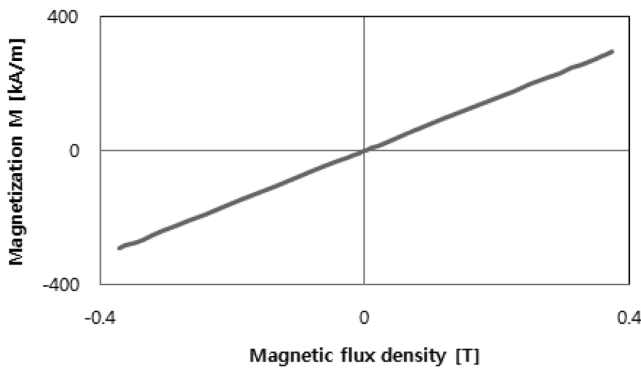


Fig. 18. Estimated M-B curve in the one step iteration.

을 것이라고 예상된다.

하지만 제안된 예측 M-B 곡선 Preisach 모델을 사용하였

을 경우 Fig. 17에 표현되어 있는 것과 같이 매우 수렴이 잘 되었다. 이와 같은 이유는 Fig. 18에서와 같이 반복 수렴에 사용되는 M-B 곡선의 기울기의 변화율도 적고, 또한 기울기가 상대적으로 작기 때문이다.

결과들을 정리해 보면 제안된 예측 M-B 곡선 Preisach 모델을 사용한다면, 일반적인 M-H 변수를 사용할 때와 같이 간단하게 Gauss 분포를 이용하여 재질 특성을 정밀하게 묘사할 수 있으며, M-B 곡선의 자화율 특성상 상대적으로 작은 기울기 변화에 의해서 수렴성은 크게 좋아지는 결과를 얻을 수 있게 된다.

V. 결 론

본 논문에서는 일반적인 M-H 변수를 이용한 Preisach 모델에서 발생하는 수렴의 문제를 해결하기 위하여 M-B 변수를 이용하는 방법을 제안했고, M-H 변수 환경하에서 Gauss 분포를 이용해서 정의된 Preisach 평면을 간단히 M-B 변수화할 수 있는 방법에 대해서도 제안했다. 또한 세 가지 모델링을 같은 조건하에서 해석하고, 그 결과를 분석하여 제안된 예측 M-B 곡선 Preisach 모델링의 수렴성이 매우 뛰어나며 이를 사용하는 것이 유용하다는 것을 기술하였다.

감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 국방 피탐지 감소 기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] B. D. Cullity, Introduction to Magnetic Materials, Addison-Wesley, Reading, MA (1972).
- [2] E. Della Torre, IEEE Trans. Magn. **MAG-15**, 1225 (1979).
- [3] E. C. Stoner and E. D. Wohlfarth, Phil. Trans. Roy. Soc. **240**, 599 (1984).
- [4] F. Preisach, Zeitschrift für Physik **94**, 277 (1935).
- [5] 박관수, M-B 변수를 이용한 히스테리시스 특성의 유한요소해석, 공학 박사 학위 논문, 서울대학교 (1992).
- [6] J. Oti and E. Della Torre, IEEE Trans. Magn. **26**, 2116 (1990).
- [7] E. Della Torre, IEEE Trans. Magn. **27**, 3697 (1991).

A Study of Improved Convergence on the Preisach Model Method by Using M-B Variables

Hyuk Won* and Gwan Soo Park

Dept. of Electrical Engineering, Pusan National University, Pusan 609-735, Korea

Hyun Ju Chung and Chang Seob Yang

The 6th R&D Institute-3, Agency for Defense Development, Jinhae 645-600, Korea

(Received 26 November 2010, Received in final form 9 February 2011, Accepted 14 February 2011)

It is necessary to describe the hysteresis characteristics of magnetic material precisely for the analysis or design of system with ferromagnetic materials. Although Preisach model is regarded as the most accurate method to describe the hysteresis characteristics, it is not widely applied to the real systems because of some difficulties. The conventional Preisach model shows the numerical instabilities during the iterative computations because the density distribution obtained from the sets of M-H curves are strongly localized. To remove such numerical instabilities, M-B instead of M-H is adopted as an implementation variable in normal Preisach modeling. The two dimensional computations with hysteresis characteristics by using normal Preisach modeling are tested and the result showed that the modeling by using M-B variables showed better stabilities than M-H variables.

Keywords : Preisach modeling, M-H curve, M-B curve, iteration convergence